

# 유형별 문제: 2-1-1. 다항식의 곱셈

3학년

반명

성명

**01** 다항식과 다항식의 곱셈

**1**  $(x+2y)(x-y+3)$ 을 전개한 식에서  $xy$ 의 계수를  $a$ ,  $y$ 의 계수를  $b$ 라고 할 때,  $a+b$ 의 값은?

**02** 합의 제곱과 차의 제곱

**2**  $(2x+a)^2 = 4x^2 - 12x + b$ 일 때, 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

**3**  $(3x-by)^2$ 의 전개식에서  $xy$ 의 계수가  $-42$ 일 때,  $y^2$ 의 계수는? (단,  $b$ 는 상수)

**4** 다음 <보기>의 식을 전개하였을 때, 결과가 같은 것을 모두 고르면?

<보기>	
ㄱ. $(a-b)^2$	ㄴ. $(b-a)^2$
ㄷ. $-(a-b)^2$	ㄹ. $(-a+b)^2$
ㄴ. $\{-(a-b)\}^2$	ㅁ. $(-a-b)^2$

**03** 합과 차의 곱

**5**  $(-a-1)(-a+1)$ 을 전개하면?

- ①  $a^2$
- ②  $a^2+1$
- ③  $a^2-1$
- ④  $-a^2-1$
- ⑤  $-a^2+1$

**6** 다음 중 전개식이 나머지 넷과 다른 하나는?

- ①  $(a-b)(a+b)$
- ②  $-(b+a)(b-a)$
- ③  $(-b+a)(b+a)$
- ④  $(-b-a)(b-a)$
- ⑤  $(a+b)(-a-b)$

**04** 연속한 합과 차의 곱

**7**  $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) = x^a + b$  일 때,  $a-b$ 의 값을 구하면? (단,  $a$ 와  $b$ 는 상수)

**05** 일차항의 계수가 1인 두 일차식의 곱

**8**  $(x+a)(x+2) = x^2 + 7x + b$ 일 때,  $a-b$ 의 값은?

9  $(x+2)\left(x-\frac{2}{3}a\right)$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수가 상수항의 2배일 때, 상수  $a$ 의 값은?

06 일차항의 계수가 1이 아닌 두 일차식의 곱

10  $(2x-a)(bx+7)$ 를 전개한 식이  $6x^2+cx-35$ 일 때, 세 상수  $a+b+c$ 의 값은?

11  $(3x+a)(bx-5)$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 6이고 상수항이  $-5$ 일 때,  $x$ 의 계수는?

07 곱셈 공식의 종합

12 <보기> 중 옳은 것의 개수는?

<보기>

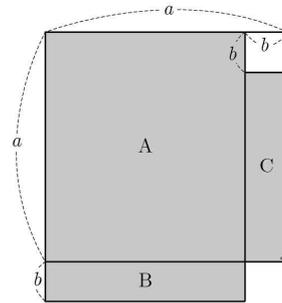
ㄱ.  $(3x+5y)^2 = 9x^2 + 25y^2$   
 ㄴ.  $(x-3y)^2 = x^2 - 6xy - 9y^2$   
 ㄷ.  $(-2y-x)(2y-x) = -x^2 + 4y^2$   
 ㄹ.  $(2-x)(6x+1) = -6x^2 - 4x + 2$   
 ㅁ.  $(-x+2)(x-5) = -x^2 + 7x - 10$

13 다음 중 □ 안에 들어갈 수가 가장 큰 것은?

- ①  $(-x+3)(-x-3) = x^2 - \square$
- ②  $(-2x+1)^2 = \square x^2 - 4x + 1$
- ③  $(-x-4y)^2 = x^2 + 8xy + \square y^2$
- ④  $(x-4)(x-6) = x^2 - \square x + 24$
- ⑤  $(2x-1)(3x+2) = 6x^2 + \square x - 2$

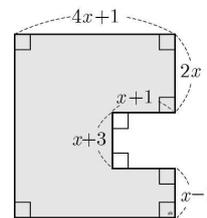
08 곱셈 공식의 도형에의 활용

14 그림은 직사각형들을 붙인 것이다.  $A+B=A+C$ 일 때, 이 그림으로 설명할 수 있는 곱셈공식은?

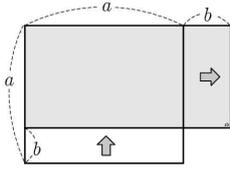


- ①  $(a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ②  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③  $a(a+b) = a^2 + ab$
- ④  $b(a-b) = ab - b^2$
- ⑤  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

15 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



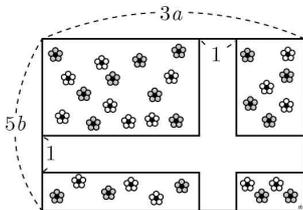
16 다음 색칠한 직사각형의 넓이를 구하기 위해 쓰이는 가장 적합한 곱셈공식을 고르면?



- ①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ②  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- ④  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
- ⑤  $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

17 가로 길이가  $x-3$ , 세로 길이가  $4x+1$ , 높이가  $2x+3$ 인 직육면체의 겉넓이는?

18 가로 길이가  $3a$ 이고 세로 길이가  $5b$ 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 이 화단 안에 폭이 1인 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 화단의 넓이를 나타낸 식은?



- ①  $15ab - 3a + 5b + 1$
- ②  $15ab + 3a - 5b + 1$
- ③  $15ab - 3a - 5b + 1$
- ④  $15ab + 3a + 5b + 1$
- ⑤  $15ab - 3a + 5b - 1$

09 공통 부분이 있는 식의 전개

19  $(-2a+3b-1)(2a+3b-1) - (b-3)^2$ 을 간단히 한 것은?

- ①  $-4a^2 + 8b^2 - 8$
- ②  $8a^2 + 4b^2 - 8$
- ③  $-4a^2 + 8b^2 - 10$
- ④  $8a^2 + 4b^2 - 10$
- ⑤  $-4a^2 + 8b^2 - 12b$

10 ( ) ( ) ( ) ( ) 꼴의 전개

20  $x = k(k-3)$ 일 때,  $(k+1)(k-1)(k-2)(k-4)$ 을  $x$ 에 관한 식으로 나타내면  $Ax^2 + Bx + C$ 로 정리된다. 이 때,  $\frac{AC}{B}$ 의 값은?

# 유형별 문제: 2-1-2. 다항식의 곱셈의 응용

3학년

반명

성명

## 01 곱셈 공식을 이용한 수의 계산

21  $89 \times 91$ 을 계산할 때 가장 편리한 곱셈 공식은?

- ①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ②  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- ④  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- ⑤  $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

22  $2020 \times 2000 = 2010^2 - A$ 이 성립할 때,  $A$ 의 값은?

23 다음은  $96^2$ 과  $503 \times 507$ 을 곱셈 공식을 이용하여 계산하는 과정이다. 이때  $A+B$ 의 값은?

- $96^2 = (100 - 4)^2 = 100^2 - A + 16$
- $503 \times 507 = (500 + 3)(500 + 7) = 500^2 + B \times 500 + 21$

24  $(2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = \frac{1}{3}(2^a - b)$ 일 때,  $a-b$ 의 값을 구하면?

## 02 곱셈 공식을 이용한 근호를 포함한 식의 계산

25  $(2\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2) = a+b\sqrt{5}$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 유리수)

26  $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})^2 - \frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)$ 을 계산하면?

## 03 제곱근의 계산 결과가 유리수가 될 조건

27  $(2+3\sqrt{3})(a+4\sqrt{3})$ 을 계산한 결과가 유리수일 때, 유리수  $a$ 의 값은?

28 두 수  $4+a\sqrt{3}$ 과  $b-3\sqrt{3}$ 의 합과 곱의 값이 모두 유리수일 때, 유리수  $a, b$ 의 값을 각각 구하면?

04 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

29  $\frac{1+3\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하여  $a+b\sqrt{2}$ 의 꼴로 나타낼 때,  $a+b$ 의 값은?

30  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 을 간단히 하면?

31  $2\sqrt{5}(3-\sqrt{5}) + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1} = a+b\sqrt{5}$ 일 때, 두 유리수  $a, b$ 의 합은?

32  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ 일 때,  
 $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(14)} + \frac{1}{f(15)}$ 의 값은? (단,  $x > 0$ )

05 곱셈 공식의 변형(1)

33  $x+y=-4, xy=3$ 일 때,  $(x-y)^2$ 의 값은?

34  $x+y=6, xy=4$ 일 때,  $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은?

35  $x-y=3, x^2+y^2=13$ 일 때,  $xy$ 의 값을 구하면?

06 곱셈 공식의 변형(2)

36  $a - \frac{1}{a} = 5$ 일 때,  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ 의 값을 구하면? (단,  $a > 0$ )

37  $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

38  $x + \frac{1}{x} = 4$  일 때,  $5x^2 + \frac{5}{x^2} + \left(3x - \frac{3}{x}\right)^2 + 1$  의 값을 구하면?

07 두 수의 곱이 1인 식을 만들어 식의 값 구하기

39  $x^2 - 7x + 1 = 0$  일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  의 값을 구하면?

40  $x^2 - 6x - 1 = 0$  일 때,  $x^2 - 2x + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}$  의 값은?

08 식을 먼저 간단히 하는 경우 식의 값 구하기

41  $x^2 - 2x - 2 = 3$  일 때,  $(x+3)(x-5) + 3$  의 값은?

42  $x^2 = 15$  일 때,  $(x+3)(x-5)(x-3)(x+5)$  의 값은?

09  $x = a \pm \sqrt{b}$  꼴이 주어진 경우 식의 값 구하기

43  $x = \sqrt{2} - 1$  일 때,  $x^2 + 2x + 5$  의 값은?

44  $x = \frac{1}{2 - \sqrt{5}}$  일 때,  $x^2 + 4x - 5$  의 값은?

45  $x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$  일 때,  $x^2 - 10x + 6$  의 값은?

# 유형별 문제 2-2-1. 다항식의 인수분해

3학년

반명

성명

**01** 인수와 인수분해

- 46**  $x(x-1)(x+1)$ 의 인수가 아닌 것은?
- ①  $x$                       ②  $x^2 - 1$   
 ③  $x^2 + 1$               ④  $x^2 - x$               ⑤  $x^2 + x$

**47** 다음 보기에서  $2(x-7)(x-6)$ 의 인수가 아닌 것을 모두 고르면?

<보기>		
㉠. $x$	㉡. $2x-6$	㉢. $x-7$
㉣. $x-6$	㉤. $(x-7)(x-6)$	

**02** 공통인수로 묶어 인수분해하기

**48** 다음 등식에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

$$a^2b - 2ab = ab(a - 2)$$

- ① 좌변의 식을 우변의 식으로 나타내는 것을 인수분해한다고 한다.  
 ② 우변의 식은 분배법칙에 의하여 좌변의 식으로 나타내어진다.  
 ③ 우변의 식을 좌변의 식으로 나타내는 것을 전개한다고 한다.  
 ④ 좌변에 있는 식의 공통인수는  $ab$ 이다.  
 ⑤ 우변의 식에서  $-2$ 는 인수이다.

**49**  $4x^2y - 6xy$ 를 인수분해하면?

**03**  $a^2 \pm 2ab + b^2$  꼴의 인수분해

- 50** 다항식  $9a^2 - 6a + 1$ 을 바르게 인수분해 한 것은?
- ①  $(3a+1)^2$               ②  $(3a-1)^2$   
 ③  $(a+1)(9a+1)$         ④  $(3a+1)(3a-1)$     ⑤  $(3a-2)(3a-1)$

- 51** 다음 중 완전제곱식으로 인수분해 되는 이차식은?
- ①  $2x^2 + 8x + 4$           ②  $4x^2 - 16xy + 16$   
 ③  $9x^2 + 12x + 4$           ④  $x^2 + 8x + 16y^2$     ⑤  $16x^2 - 40x - 25$

**04** 완전제곱식이 될 조건

**52**  $16x^2 + (m-19)x + 64$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 모든 상수  $m$ 의 값의 합을 구하면?

- 53** 다음 식이 모두 완전제곱식이 될 때, □ 안에 들어갈 양수 중 가장 큰 것은?
- ①  $a^2 - 2a + \square$           ②  $a^2 + ab + \square b^2$   
 ③  $\square a^2 - 4a + 1$         ④  $9a^2 - 6a + \square$         ⑤  $4b^2 + \square b + \frac{1}{4}$



62 다음은  $x^2 - 12x + 11$ 를 인수분해하는 과정이다. 빈 칸을 채운 것으로 옳지 않은 것은?

$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ 에  
 $a+b = (\text{㉠}), ab = (\text{㉡})$ 이므로  
 합이 (㉠), 곱이 (㉡)가 되는 두 정수를 찾으면 된다.

곱이 (㉡)인 두 정수	두 정수의 합
㉢	12
㉣	㉠

위의 표에서 구하는 두 정수는 (㉤)이므로  
 $x^2 - 12x + 11 = (x-1)(\text{㉤})$

- ① ㉠ -12      ② ㉡ 11  
 ③ ㉢ 1, 11      ④ ㉣ -1, -11      ⑤ ㉤  $x+11$

63 두 정수  $a, b$ 에 대하여  $x^2 + mx + 8 = (x+a)(x+b)$ 일 때, 실수  $m$ 의 최솟값은?

08  $acx^2 + (ad+bc)x + bd$  꼴의 인수분해

64 다음 보기 중 인수가  $x+3$ 인 것을 모두 고르면?

<보기>

ㄱ.  $x^2 + 4x + 3$       ㄴ.  $4x^2 + 13x + 3$   
 ㄷ.  $2x^2 - 5x - 3$       ㄹ.  $6x^2 + 14x - 12$   
 ㅁ.  $2x^2 + 5x - 3$

65 다항식  $6x^2 + x - 15$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 합은?

66  $3x^2 + (2a+1)x - 12 = (x+b)(3x+4)$ 로 인수분해 될 때,  $a+b$ 의 값은?

09 인수분해 공식의 종합

67 다음에서 옳지 않은 것은?

- ①  $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$   
 ②  $x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2 = \left(x - \frac{1}{2}y\right)^2$   
 ③  $4x^2 - y^2 = (2x+y)(2x-y)$   
 ④  $x^2 - x - 12 = (x+3)(x-4)$   
 ⑤  $2x^2 - x + 6 = (2x-3)(x-2)$

68  $\square$  안에 들어갈 수가 다른 것은?

- ①  $x^2 - 4x + 4 = (x - \square)^2$   
 ②  $a^2 - 4 = (a + \square)(a - 2)$   
 ③  $2ab - 6a^2b = 2ab(\square - 3a)$   
 ④  $y^2 + \square y - 35 = (y + 7)(y - 5)$   
 ⑤  $2x^2 + \square x - 24 = (2x - 6)(x + 4)$

10 인수분해하여 공통인 인수 구하기

69 두 다항식  $4x^2 - 9$ 과  $2x^2 + 5x + 3$ 의 공통인 인수는?

70 다음 중 나머지 넷과 공통인수를 갖지 않는 것을 고르면?

- ①  $x^2 - 1$                       ②  $2x^2 + 4x + 2$
- ③  $2x^2 + x - 1$                 ④  $x^2 + 4x - 5$                 ⑤  $3x^2 + 5x + 2$

11 인수가 주어진 이차식의 미지수의 값 구하기

71  $x - 4$ 가  $x^2 - 3x + a$ 의 인수일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하면?

72 다음 세 다항식에 공통으로 들어있는 인수가 일차식일 때, 상수  $a$ 의 값은?

•  $x^3y - xy$             •  $3x^2 + 6x + 3$             •  $x^2 - 2x + a$

73 다항식  $2x^2 + ax + b$ 를 인수분해한 인수가  $2x - 1$ ,  $x + 2$ 일 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수)

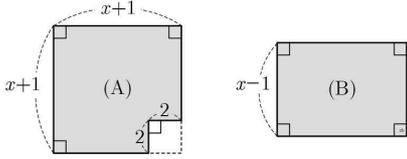
12 계수 또는 상수항을 잘못 보고 인수분해한 경우

74  $x^2$ 의 계수가 1인 어떤 이차식을 석준이는 상수항을 잘못 보고  $(x - 2)(x - 4)$ 로 인수분해 하였고, 신영이는 일차항의 계수를 잘못 보고  $(x - 2)(x + 8)$ 로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면?

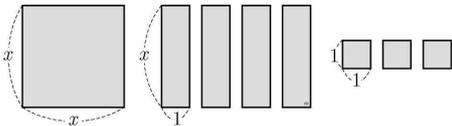
75 어떤 이차식을 인수분해하는데 학생 A는 상수항을 잘못 보아  $x(3x + 7)$ 로 인수분해하였고, 학생 B는 일차항의 계수를 잘못 보아  $(x + 2)(3x + 2)$ 로 인수분해하였다. 처음의 이차식을 옳게 인수분해하면?

13 도형을 이용한 인수분해 공식

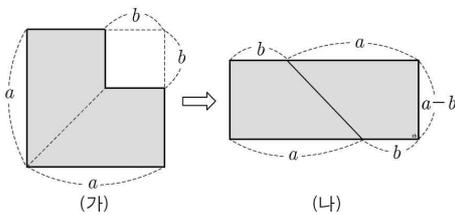
76 그림에서 도형 (A)는 한 변의 길이가  $x+1$ 인 정사각형에서 한 변의 길이가 2인 정사각형을 잘라낸 모양이고, 도형 (B)는 세로의 길이가  $x-1$ 인 직사각형이다. 두 도형 (A), (B)의 넓이가 서로 같을 때, 도형 (B)의 가로 길이를  $x$ 에 대한 식으로 나타내면? (단,  $x > 1$ )



77 그림과 같은 사각형을 모두 이어 붙여서 하나의 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는?



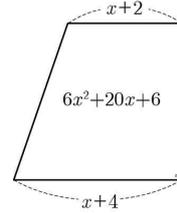
78 (가)는 한 변의 길이가  $a$ 인 정사각형 모양의 색종이에서 한 변의 길이가  $b$ 인 정사각형 모양을 잘라내고 남은 도형이다. (나)는 (가)를 이용하여 만든 직사각형 모양의 도형이다. 이때, (가)의 넓이와 (나)의 넓이가 같음을 이용하여 나타낸 인수분해 공식으로 옳은 것은? (단,  $a > b > 0$ )



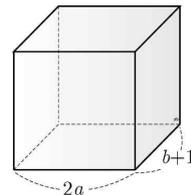
- ①  $a^2 + ab = a(a+b)$
- ②  $a^2 - ab = a(a-b)$
- ③  $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
- ④  $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
- ⑤  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

14 인수분해의 도형에의 활용

79 그림과 같은 사다리꼴의 넓이가  $6x^2 + 20x + 6$ 일 때, 이 사다리꼴의 높이를  $x$ 에 관한 식으로 나타내면?



80 다음과 같은 직육면체의 가로, 세로의 길이가 각각  $2a$ ,  $b+1$ 이고 부피가  $2ab^2 + 6ab + 4a$ 일 때, 이 직육면체의 높이는?



# 유형별 문제: 2-2-2. 인수분해 공식의 활용

3학년

반명

성명

**01** 공통 부분이 있는 식의 인수분해

**81**  $(x+1)^2 - (x+1)$ 을 인수분해 하면?

**82** 다항식  $(x-5)^2 + 2x - 10$ 을 인수분해 하면?

**83** 다항식  $x(y+1) - 2(y+1) - 2x + 4$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

**02** 치환을 이용한 인수분해

**84** 다음 중  $x^2(x+7)^2 + 22x(x+7) + 120$ 의 인수가 아닌 것은?

- ①  $x+2$                       ②  $x+3$
- ③  $x+4$                       ④  $x+5$                       ⑤  $x+6$

**85** 다음 식을 인수분해한 결과는?

$2(x+1)^2 - 3(x+1) - 2$

**86**  $(x-2)^2 - 7(x-2) + 10$  이  $x$ 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

**87**  $(a-b)(a-b-4) + k$ 가 완전제곱식이 될 때  $k$ 는?

**88** 다음 다항식이  $x$ 의 계수가 자연수인 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 합은?

$3(x+1)^2 + 5(x+1)(2x-3) + 2(2x-3)^2$

03 ( ) ( ) ( ) ( ) + k 꼴의 인수분해

89  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+k$ 을 인수분해하면  $(x^2+ax+b)^2$ 의 형태가 된다. 이때,  $a+b+k$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수이다.)

90  $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)+a$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값은?

04 항이 4개인 식의 인수분해

91 다음 중  $-by^2+ax^2+bx^2-ay^2$ 의 인수가 아닌 것은?

- ①  $x^2-y^2$                       ②  $a+b$
- ③  $x-y$                         ④  $x+y$                       ⑤  $ax-by$

92  $xy-2x+2y-4$ 가  $(y+a)(x+b)$ 로 인수분해될 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수)

93 다음 중  $2xy-x^2+z^2-y^2$ 을 인수분해 하면?

94 다항식  $a^2-4b^2+4b-1$ 의 인수인 것을 모두 찾으시오? (정답 2개)

- ①  $a-2b+1$                       ②  $2b-1$
- ③  $a-2b-1$                       ④  $a+2b-1$                       ⑤  $a+2b+1$

05 내림차순으로 정리하여 인수분해하기

95  $xy+2x-y^2-4y-4$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

- |            |            |          |
|------------|------------|----------|
| ㉠. $x-1$   | ㉡. $x-y$   | ㉢. $y+2$ |
| ㉣. $x-y-2$ | ㉤. $x-y+2$ |          |

96  $x^2-2x+xy+y-3$ 이  $x, y$ 의 계수가 자연수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

06 인수분해 공식을 이용한 수의 계산

97 인수분해 공식을 이용하여  $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{19^2}\right)\left(1 - \frac{1}{20^2}\right)$  을 계산하면?

98  $2013 \times 2019 + 9$  가 어떤 자연수의 제곱일 때, 어떤 자연수는?

99 다음 두 수  $A, B$ 에 대하여  $\sqrt{A+B}$ 의 값을 구하면?

$$A = \sqrt{73^2 + 4 \times 73 + 4}, B = 5.3^2 - 4.7^2$$

100 자연수  $2^{16} - 1$ 은 10과 20 사이에 있는 두 자연수를 약수로 가진다. 이 두 자연수의 합을 구하면?

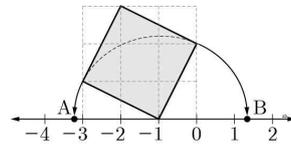
07 문자의 값이 주어질 때, 식의 값 구하기

101  $x = \frac{1}{\sqrt{3}+2}$  이고,  $y = \frac{1}{\sqrt{3}-2}$  일 때,  $x^2 - 2xy + y^2$  의 값은?

102  $x = 11 + 6\sqrt{2}$ ,  $y = 3\sqrt{2} - 3$  일 때,  $\frac{x^2 - 3xy + 2y^2}{x - y}$  의 값을 구하면?

103  $x = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ ,  $y = \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$  일 때,  $x^2 - y^2$  의 값은?

104 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이고 두 점 A, B에 대응하는 수를 각각 a, b라고 할 때,  $a^2 - b^2$ 의 값은?



08 식의 조건이 주어질 때, 식의 값 구하기

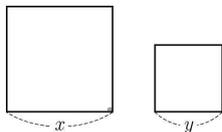
105  $x+y=3, x-y=-3$ 일 때,  $x^2-y^2-5x+5y$ 의 값은?

106  $a+b=8, ax-ay+bx-by=72$ 일 때,  $x^2-2xy+y^2$ 의 값을 구하면?

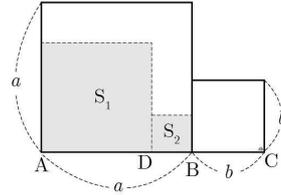
107  $(x+y)^2-4(x+y)-77$ 이 소수가 되도록 하는 자연수  $x, y$ 의 순서쌍  $(x, y)$ 의 개수는?

09 인수분해의 도형에의 활용

108 다음 그림과 같이 한 변의 길이가  $x, y$  ( $x > y$ )인 두 정사각형이 있다. 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 56이고, 넓이의 차가 42일 때,  $x-y$ 의 값을 구하면?

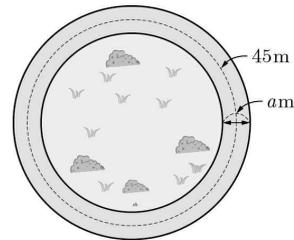


109 한 변의 길이가 각각  $a, b$  ( $0 < b < a$ )인 두 정사각형이 있다. 점 D는 선분 AC의 중점이고 두 선분 AD, BD를 각각 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 각각  $S_1, S_2$ 라고 할 때, 옳은 것은?



- ①  $\overline{AD} = \frac{a-b}{2}$       ②  $\overline{BD} = \frac{a+b}{2}$
- ③  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$       ④  $S_1 - S_2 = 2ab$       ⑤  $S_1 + S_2 = \frac{a^2 - b^2}{2}$

110 그림과 같이 원 모양의 잔디밭 둘레에 폭이  $am$ 로 일정한 산책로가 있다. 이 산책로의 한 가운데를 지나가는 원의 둘레의 길이는  $45m$ 이고, 산책로의 넓이가  $315m^2$ 일 때, 잔디밭 둘레에 있는 산책로 폭의 길이의  $a$ 값은?



유형별 문제: 2-1-1.다항식의 곱셈

1. [정답] 7

[해설]  $(x+2y)(x-y+3)$   
 $= x^2 - xy + 3x + 2xy - 2y^2 + 6y = x^2 + 3x + xy + 6y - 2y^2$   
 따라서  $a=1, b=6$ 이므로  $a+b=7$

2. [정답] 6

[해설]  $(2x+a)^2 = 4x^2 + 4ax + a^2 = 4x^2 - 12x + b$ 에서  
 $4a = -12, a^2 = b \therefore a = -3, b = 9 \therefore a+b = 6$

3. [정답] 49

[해설]  $(3x-by)^2 = 9x^2 - 6bxy + b^2y^2$ 에서  $xy$ 의 계수가  $-42$ 이므로  
 $-6b = -42 \therefore b = 7$   
 따라서  $y^2$ 의 계수  $b^2$ 의 값은 49이다.

4. [정답] ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ

[해설] ㄱ.  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 ㄴ.  $(b-a)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 ㄷ.  $-(a-b)^2 = -(a^2 - 2ab + b^2) = -a^2 + 2ab - b^2$   
 ㄹ.  $(-a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 ㅁ.  $\{-(a-b)\}^2 = (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 ㅂ.  $(-a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 따라서 결과가 같은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ이다.

5. [정답] ㉓

[해설]  $(-a-1)(-a+1) = (-a)^2 - 1^2 = a^2 - 1$

6. [정답] ㉓

[해설] ㉑, ㉒, ㉓, ㉔의 전개식은 모두  $a^2 - b^2$   
 ㉕  $(a+b)(-a-b) = -(a+b)^2$   
 $= -(a^2 + 2ab + b^2) = -a^2 - 2ab - b^2$

7. [정답] 17

[해설]  $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$   
 $= (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$   
 $= (x^4-1)(x^4+1)(x^8+1) = (x^8-1)(x^8+1) = x^{16}-1$   
 따라서  $a=16, b=-1$ 이므로  $a-b = 16 - (-1) = 17$

8. [정답] -5

[해설]  $(x+a)(x+2) = x^2 + (a+2)x + 2a$   
 이 식은  $x^2 + 7x + b$ 와 같으므로  
 $a+2=7, 2a=b \therefore a=5, b=10 \therefore a-b = -5$

9. [정답] -1

[해설]  $(x+2)\left(x-\frac{2}{3}a\right) = x^2 + \left(2-\frac{2}{3}a\right)x - \frac{4}{3}a$   
 이때  $x$ 의 계수가 상수항의 2배이므로  $2-\frac{2}{3}a = -\frac{8}{3}a$   
 $-2a = 2 \therefore a = -1$

10. [정답] 7

[해설]  $(2x-a)(bx+7) = 2bx^2 + (14-ab)x - 7a$   
 이 식은  $6x^2 + cx - 35$ 와 같으므로  
 $2b=6, 14-ab=c, -7a=-35$   
 $\therefore a=5, b=3, c=-1 \therefore a+b+c=7$

11. [정답] -13

[해설]  $(3x+a)(bx-5) = 3bx^2 + (ab-15)x - 5a$   
 위 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 6이므로  $3b=6 \therefore b=2$   
 상수항이  $-5$ 이므로  $-5a=-5 \therefore a=1$   
 따라서  $x$ 의 계수는  $ab-15 = 1 \times 2 - 15 = -13$

12. [정답] 1개

[해설] ㄱ.  $(3x+5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2$   
 ㄴ.  $(x-3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$   
 ㄷ.  $(-2y-x)(2y-x) = x^2 - 4y^2$   
 ㄹ.  $(2-x)(6x+1) = -6x^2 + 11x + 2$

13. [정답] ㉓

[해설] ㉑  $(-x+3)(-x-3) = x^2 - 9$ 이므로  $\square = 9$   
 ㉒  $(-2x+1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$ 이므로  $\square = 4$   
 ㉓  $(-x-4y)^2 = x^2 + 8xy + 16y^2$ 이므로  $\square = 16$   
 ㉔  $(x-4)(x-6) = x^2 - 10x + 24$ 이므로  $\square = 10$   
 ㉕  $(2x-1)(3x+2) = 6x^2 + x - 2$ 이므로  $\square = 1$

14. [정답] ㉓

[해설]  $A+B = A+C$ 에서  
 $A+B = (a+b)(a-b), A+C = a^2 - b^2$   
 $\therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

15. [정답]  $15x^2 + 8x - 1$

[해설]  $(4x+1)\{2x+(x+3)+(x-1)\} - (x+1)(x+3)$   
 $= (4x+1)(4x+2) - (x+1)(x+3)$   
 $= 16x^2 + 12x + 2 - (x^2 + 4x + 3) = 15x^2 + 8x - 1$

16. [정답] ㉔

[해설] 색칠한 직사각형의 가로 길이는  $a+b$ , 세로 길이는  $a-b$ 이므로 넓이는  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

17. [정답]  $28x^2 - 18$

[해설] 구하려는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned} & 2(x-3)(4x+1) + 2(x-3)(2x+3) + 2(4x+1)(2x+3) \\ &= 2(4x^2 - 11x - 3) + 2(2x^2 - 3x - 9) + 2(8x^2 + 14x + 3) \\ &= 28x^2 - 18 \end{aligned}$$

18. [정답] ③

[해설]  $(3a-1)(5b-1) = 15ab - 3a - 5b + 1$

19. [정답] ①

[해설]  $(-2a+3b-1)(2a+3b-1) - (b-3)^2$

$$\begin{aligned} &= -4a^2 + (3b-1)^2 - (b-3)^2 \\ &= -4a^2 + (9b^2 - 6b + 1) - (b^2 - 6b + 9) = -4a^2 + 8b^2 - 8 \end{aligned}$$

20. [정답] 4

[해설]  $(k+1)(k-1)(k-2)(k-4)$

$$\begin{aligned} &= (k-1)(k-2) \times (k+1)(k-4) \\ &= (k^2 - 3k + 2)(k^2 - 3k - 4) \\ &= (x+2)(x-4) (\because x = k(k-3) = k^2 - 3k) \\ &= x^2 - 2x - 8 \end{aligned}$$

따라서  $A = 1, B = -2, C = -8$ 이므로  $\frac{AC}{B} = \frac{-8}{-2} = 4$

**유형별 문제: 2-1-2.다항식의 곱셈의 응용**

21. [정답] ③

[해설]  $89 \times 91 = (90-1)(90+1) = 90^2 - 1^2$

따라서  $89 \times 91$ 을 계산하는데 가장 편리한 곱셈 공식은

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

22. [정답] 100

[해설]  $2020 \times 2000$

$$= (2010+10)(2010-10) = 2010^2 - 10^2$$

$$\therefore A = 10^2 = 100$$

23. [정답] 810

[해설]  $96^2 = (100-4)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 4 + 16$ 이므로  $A = 800$

$$503 \times 507 = (500+3)(500+7)$$

$$= 500^2 + (3+7) \times 500 + 21 \text{ 이므로 } B = 10$$

$$\therefore A + B = 800 + 10 = 810$$

24. [정답] 15

[해설]  $(2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$$= \frac{1}{3}(2+1)(2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= \frac{1}{3}(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = \frac{1}{3}(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= \frac{1}{3}(2^8-1)(2^8+1) = \frac{1}{3}(2^{16}-1)$$

따라서  $a = 16, b = 1$ 이므로  $a - b = 15$

25. [정답] 5

[해설]  $(2\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2) = 10 - 4\sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 = 8 - 3\sqrt{5}$

따라서  $a = 8, b = -3$ 이므로  $a + b = 8 + (-3) = 5$

26. [정답]  $12\sqrt{3} + 6$

[해설]  $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})^2 - \frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)$

$$= \sqrt{3}(1+2\sqrt{3}+3) - 2\sqrt{3}(5-9)$$

$$= \sqrt{3}(4+2\sqrt{3}) - 2\sqrt{3} \times (-4) = 4\sqrt{3} + 6 + 8\sqrt{3} = 12\sqrt{3} + 6$$

27. [정답]  $a = -\frac{8}{3}$

[해설]  $(2+3\sqrt{3})(a+4\sqrt{3}) = (2a+36) + (8+3a)\sqrt{3}$

이 수가 유리수가 되려면  $8+3a=0$

$$3a = -8 \quad \therefore a = -\frac{8}{3}$$

28. [정답]  $a = 3, b = 4$

[해설] 두 수의 합

$$(4+a\sqrt{3}) + (b-3\sqrt{3}) = (4+b) + (a-3)\sqrt{3}$$

이 수가 유리수이려면  $a-3=0 \quad \therefore a=3$

두 수의 곱

$$(4+3\sqrt{3})(b-3\sqrt{3}) = (4b-27) + (3b-12)\sqrt{3}$$

이 수가 유리수이려면  $3b-12=0 \quad \therefore b=4$

29. [정답] -2

[해설]  $\frac{1+3\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{(1+3\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$

$$= \frac{-9+7\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = -9+7\sqrt{2}$$

따라서  $a = -9, b = 7$ 이므로  $a + b = -9 + 7 = -2$

30. [정답]  $-4\sqrt{6}$

[해설]  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$$= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{(5-2\sqrt{6}) - (5+2\sqrt{6})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= (5-2\sqrt{6}) - (5+2\sqrt{6}) = -4\sqrt{6}$$

31. [정답] -3

[해설]  $2\sqrt{5}(3-\sqrt{5}) + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$   
 $= 6\sqrt{5} - 10 + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$   
 $= 6\sqrt{5} - 10 + \frac{5-\sqrt{5}}{4} = -\frac{35}{4} + \frac{23}{4}\sqrt{5}$   
 따라서  $a = -\frac{35}{4}$ ,  $b = \frac{23}{4}$  이므로  $a+b = -\frac{35}{4} + \frac{23}{4} = -\frac{12}{4} = -3$

32. [정답] 3

[해설]  $\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$   
 $= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x} - \sqrt{x+1})}$   
 $= -(\sqrt{x} - \sqrt{x+1}) = -\sqrt{x} + \sqrt{x+1}$   
 $\therefore \frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(14)} + \frac{1}{f(15)}$   
 $= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4})$   
 $+ \dots + (-\sqrt{14} + \sqrt{15}) + (-\sqrt{15} + \sqrt{16}) = -1 + 4 = 3$

33. [정답] 4

[해설]  $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$   
 $= (-4)^2 - 4 \times 3 = 16 - 12 = 4$

34. [정답] 7

[해설]  $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy}$   
 $= \frac{6^2 - 2 \times 4}{4} = \frac{36-8}{4} = 7$

35. [정답] 2

[해설]  $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ 에서  
 $9 = 13 - 2xy$ ,  $2xy = 4$   $\therefore xy = 2$

36. [정답] 29

[해설]  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 = 5^2 + 4 = 25 + 4 = 29$

37. [정답] 7

[해설]  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$ 이므로  
 $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

38. [정답] 179

[해설]  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 4^2 - 2 = 14$   
 $\therefore 5x^2 + \frac{5}{x^2} + \left(3x - \frac{3}{x}\right)^2 + 1$   
 $= 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(9x^2 - 18 + \frac{9}{x^2}\right) + 1$   
 $= 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 9\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 18 + 1 = 14\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 17$   
 $= 14 \times 14 - 17 = 196 - 17 = 179$

39. [정답] 47

[해설]  $x^2 - 7x + 1 = 0$ 에서 양변을  $x$ 로 나누면  
 $x - 7 + \frac{1}{x} = 0$   $\therefore x + \frac{1}{x} = 7$   
 $\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 7^2 - 2 = 49 - 2 = 47$

40. [정답] 26

[해설]  $x^2 - 6x - 1 = 0$ 에서 양변을  $x$ 로 나누면  
 $x - 6 - \frac{1}{x} = 0$   $\therefore x - \frac{1}{x} = 6$   
 $\therefore x^2 - 2x + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2\right\} - 2\left(x - \frac{1}{x}\right)$   
 $= (6^2 + 2) - 2 \times 6 = 38 - 12 = 26$

41. [정답] -7

[해설]  $x^2 - 2x - 2 = 3$ 에서  $x^2 - 2x = 5$   
 $\therefore (x+3)(x-5) + 3 = x^2 - 2x - 12 = 5 - 12 = -7$

42. [정답] -60

[해설]  $(x+3)(x-5)(x-3)(x+5) = (x+3)(x-3)(x+5)(x-5)$   
 $= (x^2-9)(x^2-25) = (15-9)(15-25) = 6 \times (-10) = -60$

43. [정답] 6

[해설]  $x = \sqrt{2} - 1$ 에서  
 $x + 1 = \sqrt{2}$ ,  $(x+1)^2 = 2$   
 $x^2 + 2x + 1 = 2$   $\therefore x^2 + 2x = 1$   $\therefore x^2 + 2x + 5 = 1 + 5 = 6$

44. [정답] -4

[해설]  $x = \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2+\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}$   
 $= \frac{2+\sqrt{5}}{2^2 - (\sqrt{5})^2} = -(2+\sqrt{5}) = -2 - \sqrt{5}$   
 $x = -2 - \sqrt{5}$ 에서  $x+2 = -\sqrt{5}$   
 양변을 제곱하면

$(x+2)^2 = 5$   
 $x^2 + 4x + 4 = 5 \quad \therefore x^2 + 4x = 1 \quad \therefore x^2 + 4x - 5 = 1 - 5 = -4$

45. [정답] 5

[해설]  $x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$   
 $= \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{3 - 2} = 5 - 2\sqrt{6}$   
 $x = 5 - 2\sqrt{6}$  에서  
 $x - 5 = -2\sqrt{6}, (x - 5)^2 = 24$   
 $x^2 - 10x + 25 = 24$   
 $\therefore x^2 - 10x = -1 \quad \therefore x^2 - 10x + 6 = -1 + 6 = 5$

**유형별 문제: 2-2-1.다항식의 인수분해**

46. [정답] ③

[해설] ②  $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$   
 ④  $x^2 - x = x(x-1)$   
 ⑤  $x^2 + x = x(x+1)$

47. [정답] ㄱ, ㄴ

[해설] <보기>에서  $2(x-7)(x-6)$ 의 인수는  $x-7, x-6, (x-7)(x-6)$ 이므로 인수가 아닌 것은 ㄱ, ㄴ이다.

48. [정답] ⑤

[해설] ⑤ 우변의 식에서 인수는  $1, a, b, a-2, ab, a(a-2), b(a-2), ab(a-2)$ 이다.

49. [정답]  $2xy(2x-3)$

[해설]  $4x^2y - 6xy = 2xy(2x-3)$

50. [정답] ②

[해설]  $9a^2 - 6a + 1 = (3a)^2 - 2 \times 3a \times 1 + 1^2 = (3a-1)^2$

51. [정답] ③

[해설] ①  $2x^2 + 8x + 4 = 2(x^2 + 4x + 2)$   
 ②  $4x^2 - 16xy + 16 = 4(x^2 - 4xy + 4)$   
 ③  $9x^2 + 12x + 4 = (3x+2)^2$   
 ④  $x^2 + 8x + 16y^2$ 은 인수분해되지 않는다.  
 ⑤  $16x^2 - 40x - 25$ 는 인수분해되지 않는다.

52. [정답] 38

[해설]  $16x^2 + (m-19)x + 64 = (4x \pm 8)^2$ 이므로  
 $m-19 = \pm 2 \times 4 \times 8 = \pm 64 \quad \therefore m = 83$  또는  $m = -45$   
 따라서  $m$ 의 값의 합은  $83 + (-45) = 38$

53. [정답] ③

[해설] ①  $a^2 - 2a + \square = (a-1)^2$ 이므로  $\square = 1$   
 ②  $a^2 + ab + \square b^2 = \left(a + \frac{1}{2}b\right)^2$ 이므로  $\square = \frac{1}{4}$   
 ③  $\square a^2 - 4a + 1 = (2a-1)^2$ 이므로  $\square = 4$   
 ④  $9a^2 - 6a + \square = (3a-1)^2$ 이므로  $\square = 1$   
 ⑤  $4b^2 + \square b + \frac{1}{4} = \left(2b \pm \frac{1}{2}\right)^2$ 이므로  $\square = 2$  ( $\because \square$ 는 양수)

54. [정답] 4

[해설]  $(9x+3)(x-1) + k = 9x^2 - 6x - 3 + k$ 가 완전제곱식이 되려면  $-3+k=1 \quad \therefore k=4$

55. [정답] 5개

[해설]  $(x^2 - 7ax + b) + (ax + 2b) = x^2 - 6ax + 3b$

이 다항식이 완전제곱식이 되므로  $3b = \left(\frac{-6a}{2}\right)^2$

$3b = 9a^2 \quad \therefore b = 3a^2$

따라서 이를 만족하는 100이하의 두 자연수  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 은  $(1, 3), (2, 12), (3, 27), (4, 48), (5, 75)$ 의 5개이다.

56. [정답] 2

[해설]  $\sqrt{a^2 - 2a + 1} + \sqrt{a^2 + 2a + 1} = \sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(a+1)^2}$   
 이때  $0 < a < 1$ 이므로  $a-1 < 0, a+1 > 0$   
 $\therefore$  (주어진 식)  $= -a+1 + (a+1) = 2$

57. [정답]  $\frac{2}{a}$

[해설]  $0 < a < 1$ 일 때,  $a + \frac{1}{a} > 0, a - \frac{1}{a} < 0$ 이므로

$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4}$   
 $= \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} = \left(-a + \frac{1}{a}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right) = \frac{2}{a}$

58. [정답] 3

[해설]  $\sqrt{x} = a+2$ 에서  $x = (a+2)^2 = a^2 + 4a + 4$   
 $\sqrt{x-2a-3} + \sqrt{x-8a}$   
 $= \sqrt{(a^2 + 4a + 4) - 2a - 3} + \sqrt{(a^2 + 4a + 4) - 8a}$   
 $= \sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 4a + 4} = \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-2)^2}$   
 이때  $-1 < a < 2$ 이므로  $a+1 > 0, a-2 < 0$   
 $\therefore$  (주어진 식)  $= a+1 + (-a+2) = 3$

59. [정답] ⑤

[해설]  $4x^2 - 9y^2 = (2x)^2 - (3y)^2 = (2x+3y)(2x-3y)$

60. [정답] ④

[해설]  $x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x+2)(x-2)$

61. [정답]  $2a - 2$

[해설]  $(a+5)(a-7)+11 = a^2 - 2a - 24 = (a-6)(a+4)$   
따라서 두 일차식의 합은  $(a-6)+(a+4) = 2a-2$

62. [정답] ⑤

[해설]  $x^2 - 12x + 11 = x^2 + (a+b)x + ab$ 에서  
 $a+b = -12$ ,  $ab = 11$ 이므로  
합이  $-12$ , 곱이  $11$ 이 되는 두 정수를 찾으면 된다.

곱이 11인 두 정수	두 정수의 합
1, 11	12
-1, -11	-12

위의 표에서 구하는 두 정수는  $-1, -11$ 이므로  
 $x^2 - 12x + 11 = (x-1)(x-11)$

63. [정답]  $-9$

[해설]  $x^2 + mx + 8 = (x+a)(x+b)$ 에서  $m = a+b$ ,  $ab = 8$   
 $ab = 8$ 을 만족하는 두 정수  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 는 (단,  $a < b$ 라 하자.)  
 $(1, 8), (2, 4), (-8, -1), (-4, -2)$   
이므로  $m = 9, 6, -9, -6$  따라서  $m$ 의 최솟값은  $-9$ 이다.

64. [정답] ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ

[해설] ㄱ.  $x^2 + 4x + 3 = (x+3)(x+1)$   
ㄴ.  $4x^2 + 13x + 3 = (x+3)(4x+1)$   
ㄷ.  $2x^2 - 5x - 3 = (x-3)(2x+1)$   
ㄹ.  $6x^2 + 14x - 12 = 2(x+3)(3x-2)$   
ㅁ.  $2x^2 + 5x - 3 = (x+3)(2x-1)$

65. [정답]  $5x + 2$

[해설]  $6x^2 + x - 15 = (2x-3)(3x+5)$   
이므로 두 일차식의 합은  $(2x-3)+(3x+5) = 5x+2$

66. [정답]  $-6$

[해설]  $(x+b)(3x+4) = 3x^2 + (4+3b)x + 4b$   
이때  $3x^2 + (2a+1)x - 12$ 와 일치하므로  $4+3b = 2a+1$ ,  $4b = -12$   
 $\therefore b = -3, a = -3 \therefore a+b = -6$

67. [정답] ⑤

[해설] ⑤  $2x^2 - x + 6$ 은 인수분해되지 않는다.

68. [정답] ③

[해설] ①  $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ 이므로  $\square = 2$   
②  $a^2 - 4 = (a+2)(a-2)$ 이므로  $\square = 2$   
③  $2ab - 6a^2b = 2ab(1-3a)$ 이므로  $\square = 1$   
④  $(y+7)(y-5) = y^2 + 2y - 35$ 이므로  $\square = 2$   
⑤  $(2x-6)(x+4) = 2x^2 + 2x - 24$ 이므로  $\square = 2$

69. [정답]  $2x + 3$

[해설]  $4x^2 - 9 = (2x+3)(2x-3)$ ,  
 $2x^2 + 5x + 3 = (2x+3)(x+1)$  이므로 공통인수는  $2x+3$ 이다.

70. [정답] ④

[해설] ①  $x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x-1)(x+1)$   
②  $2x^2 + 4x + 2 = 2(x^2 + 2x + 1) = 2(x+1)^2$   
③  $2x^2 + x - 1 = (2x-1)(x+1)$   
④  $x^2 + 4x - 5 = (x-1)(x+5)$   
⑤  $3x^2 + 5x + 2 = (3x+2)(x+1)$

71. [정답]  $-4$

[해설]  $x^2 - 3x + a = (x-4)(x-m)$ 이라 하면  
 $-3 = -m-4, a = 4m \therefore m = -1, a = -4$

72. [정답]  $-3$

[해설]  $x^3y - xy = xy(x^2 - 1) = xy(x+1)(x-1)$   
 $3x^2 + 6x + 3 = 3(x^2 + 2x + 1) = 3(x+1)^2$   
이므로 두 다항식에 공통으로 들어있는 인수는  $x+1$ 이다.  
즉  $x^2 - 2x + a = (x+1)(x+m)$ 이라 하면  
 $-2 = 1+m, a = m \therefore m = -3, a = -3$

73. [정답]  $-6$

[해설]  $2x^2 + ax + b = (2x-1)(x+2)$ 이므로  
 $2x^2 + ax + b = 2x^2 + 3x - 2$   
따라서  $a = 3, b = -2$ 이므로  $ab = 3 \times (-2) = -6$

74. [정답]  $(x+2)(x-8)$

[해설] 석준이는  $(x-2)(x-4) = x^2 - 6x + 8$ 에서 일차항의 계수를 바르게 보았으므로 일차항의 계수는  $-6$   
신영이는  $(x-2)(x+8) = x^2 + 6x - 16$ 에서 상수항을 바르게 보았으므로 상수항은  $-16 \therefore x^2 - 6x - 16 = (x+2)(x-8)$

75. [정답]  $(x+1)(3x+4)$

[해설] 학생 A는  $x(3x+7) = 3x^2 + 7x$ 에서 일차항의 계수를 바르게 보았으므로 일차항의 계수는  $7$ 이다.  
학생 B는  $(x+2)(3x+2) = 3x^2 + 8x + 4$ 에서 상수항을 바르게 보

았으므로 상수항은 4이다.  $\therefore 3x^2 + 7x + 4 = (x+1)(3x+4)$

76. [정답]  $x+3$

[해설] 두 도형 (A), (B)의 넓이는 같으므로

$$(x+1)^2 - 2^2 = (x+1+2)(x+1-2) = (x+3)(x-1)$$

따라서 도형 (B)의 가로 길이는  $x+3$ 이다.

77. [정답]  $4x+8$

[해설]  $x^2 + 4x + 3 = (x+3)(x+1)$

이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$$2 \times \{(x+3) + (x+1)\} = 4x + 8$$

78. [정답] ⑤

[해설] (가)의 넓이는 한 변의 길이가  $a$ 인 정사각형에서 한 변의 길이가  $b$ 인 정사각형을 잘라 내고 남은 넓이이므로  $a^2 - b^2$ 이다.

(나)의 넓이는 가로의 길이가  $a+b$ , 세로의 길이가  $a-b$ 인 직사각형이므로  $(a+b)(a-b)$ 이다.  $\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

79. [정답]  $6x+2$

[해설] 사다리꼴의 높이를  $h$ 라 하면 넓이가  $6x^2 + 20x + 6$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times \{(x+2) + (x+4)\} \times h = 6x^2 + 20x + 6$$

$$\frac{1}{2} (2x+6)h = 2(3x^2 + 10x + 3)$$

$$(x+3)h = 2(3x+1)(x+3) \therefore h = 2(3x+1) = 6x+2$$

80. [정답]  $b+2$

[해설] 직육면체의 높이를  $h$ 라 하면 부피가  $2ab^2 + 6ab + 4a$ 이므로

$$2a(b+1)h = 2ab^2 + 6ab + 4a$$

$$2a(b+1)h = 2a(b^2 + 3b + 2)$$

$$2a(b+1)h = 2a(b+1)(b+2) \therefore h = b+2$$

**유형별 문제: 2-2-2.인수분해 공식의 활용**

81. [정답]  $x(x+1)$

[해설]  $(x+1)^2 - (x+1) = (x+1)\{(x+1)-1\} = x(x+1)$

82. [정답]  $(x-5)(x-3)$

[해설]  $(x-5)^2 + 2x - 10 = (x-5)^2 + 2(x-5)$

$$= (x-5)\{(x-5)+2\} = (x-5)(x-3)$$

83. [정답]  $x+y-3$

[해설]  $x(y+1) - 2(y+1) - 2x + 4$

$$= (y+1)(x-2) - 2(x-2) = (x-2)(y-1)$$

따라서 두 일차식의 합은  $(x-2) + (y-1) = x+y-3$

84. [정답] ⑤

[해설]  $x^2(x+7)^2 + 22x(x+7) + 120$ 에서  $x(x+7) = A$ 로 놓으면

$$A^2 + 22A + 120 = (A+12)(A+10)$$

$$= (x^2 + 7x + 12)(x^2 + 7x + 10) = (x+4)(x+3)(x+2)(x+5)$$

85. [정답]  $(2x+3)(x-1)$

[해설]  $2(x+1)^2 - 3(x+1) - 2$ 에서  $x+1$ 을  $A$ 로 놓으면

$$2A^2 - 3A - 2 = (2A+1)(A-2)$$

$$= \{2(x+1)+1\}(x+1-2) = (2x+3)(x-1)$$

86. [정답]  $2x-11$

[해설]  $(x-2)^2 - 7(x-2) + 10 = (x-2-2)(x-2-5)$

$$= (x-4)(x-7)$$

이므로 두 일차식의 합은  $(x-4) + (x-7) = 2x-11$

87. [정답] 4

[해설]  $(a-b)(a-b-4) + k = (a-b)^2 - 4(a-b) + k$

$$\text{이 식이 완전제곱식이 되려면 } k = \left(\frac{-4}{2}\right)^2 = 4$$

88. [정답]  $10x-5$

[해설]  $3(x+1)^2 + 5(x+1)(2x-3) + 2(2x-3)^2$ 에서  $x+1 = A$ ,

$2x-3 = B$ 로 놓으면

$$3A^2 + 5AB + 2B^2 = (3A+2B)(A+B)$$

$$= (3x+3+4x-6)(x+1+2x-3) = (7x-3)(3x-2)$$

따라서 두 일차식의 합은  $(7x-3) + (3x-2) = 10x-5$

89. [정답] 11

[해설]  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + k$

$$= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) + k = (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + k$$

이때  $x^2 + 5x = A$ 라 하면

$$(\text{주어진 식}) = (A+4)(A+6) + k$$

$$= A^2 + 10A + 24 + k = (A+5)^2 = (x^2 + 5x + 5)^2$$

따라서  $a=5, b=5, k=1$ 이므로  $a+b+k=11$

90. [정답] 25

[해설]  $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4) + a$

$$= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) + a$$

이때  $x^2 + x = t$ 라 하면

$$(\text{주어진 식}) = (t-2)(t-12) + a = t^2 - 14t + 24 + a$$

이 식이 완전제곱식이 되려면

$$24 + a = \left(\frac{-14}{2}\right)^2$$

$$24 + a = 49 \therefore a = 25$$

91. [정답] ⑤

[해설]  $-by^2 + ax^2 + bx^2 - ay^2 = ax^2 + bx^2 - ay^2 - by^2$   
 $= (a+b)x^2 - (a+b)y^2 = (a+b)(x^2 - y^2)$   
 $= (a+b)(x+y)(x-y)$

92. [정답] 0

[해설]  $xy - 2x + 2y - 4 = x(y-2) + 2(y-2) = (x+2)(y-2)$   
 따라서  $a = -2$ ,  $b = 2$ 이므로  $a+b = 0$

93. [정답]  $(z+x-y)(z-x+y)$

[해설]  $2xy - x^2 + z^2 - y^2 = z^2 - (x^2 - 2xy + y^2)$   
 $= z^2 - (x-y)^2 = (z+x-y)(z-x+y)$

94. [정답] ①, ④

[해설]  $a^2 - 4b^2 + 4b - 1 = a^2 - (4b^2 - 4b + 1)$   
 $= a^2 - (2b-1)^2 = (a+2b-1)(a-2b+1)$

95. [정답]  $c$ ,  $e$

[해설]  $xy + 2x - y^2 - 4y - 4 = x(y+2) - (y^2 + 4y + 4)$   
 $= x(y+2) - (y+2)^2 = (y+2)\{x - (y+2)\} = (y+2)(x-y-2)$

96. [정답]  $2x+y-2$

[해설]  $x^2 - 2x + xy + y - 3 = (xy+y) + (x^2 - 2x - 3)$   
 $= y(x+1) + (x-3)(x+1) = (x+1)(x+y-3)$   
 따라서 두 일차식의 합은  $(x+1) + (x+y-3) = 2x+y-2$

97. [정답]  $\frac{21}{40}$

[해설]  $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{19^2}\right)\left(1 - \frac{1}{20^2}\right)$   
 $= \frac{2^2-1}{2^2} \times \frac{3^2-1}{3^2} \times \dots \times \frac{19^2-1}{19^2} \times \frac{20^2-1}{20^2}$   
 $= \frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \dots \times \frac{18 \times 20}{19^2} \times \frac{19 \times 21}{20^2} = \frac{1}{2} \times \frac{21}{20} = \frac{21}{40}$

98. [정답] 2016

[해설]  $2013 \times 2019 + 9 = 2013(2013+6) + 9$   
 $= 2013^2 + 6 \times 2013 + 3^2 = (2013+3)^2 = 2016^2$

99. [정답] 9

[해설]  $A = \sqrt{73^2 + 4 \times 73 + 4} = \sqrt{73^2 + 2 \times 2 \times 73 + 2^2}$   
 $= \sqrt{(73+2)^2} = \sqrt{75^2} = 75$   
 $B = 5.3^2 - 4.7^2 = (5.3+4.7)(5.3-4.7) = 10 \times 0.6 = 6$   
 $\therefore \sqrt{A+B} = \sqrt{75+6} = \sqrt{81} = 9$

100. [정답] 32

[해설]  $2^{16} - 1 = (2^8 + 1)(2^8 - 1) = (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1)$   
 $= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1)$   
 $= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2+1)(2-1) = 257 \times 17 \times 5 \times 3$   
 따라서  $2^{16} - 1$ 은 10과 20 사이에 있는 두 자연수 15와 17을 약수로 가지므로 이 두 자연수의 합은  $15 + 17 = 32$

101. [정답] 16

[해설]  $x = \frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} = -\sqrt{3}+2$   
 $y = \frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = -\sqrt{3}-2$   
 $\therefore x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$   
 $= \{(-\sqrt{3}+2) - (-\sqrt{3}-2)\}^2 = 4^2 = 16$

102. [정답] 17

[해설]  $\frac{x^2 - 3xy + 2y^2}{x-y} = \frac{(x-y)(x-2y)}{x-y} = x-2y$   
 $= 11 + 6\sqrt{2} - 2(3\sqrt{2} - 3) = 11 + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 6 = 17$

103. [정답]  $4\sqrt{15}$

[해설]  $x = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$   
 $y = \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$   
 $\therefore x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{15}$

104. [정답]  $4\sqrt{5}$

[해설] 피타고라스의 정리에 의하여 색칠한 정사각형의 한 변의 길이는  $\sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$   
 따라서 점 A에 대응하는 수는  $a = -1 - \sqrt{5}$ , 점 B에 대응하는 수는  $b = -1 + \sqrt{5}$ 이므로  
 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = -2 \times (-2\sqrt{5}) = 4\sqrt{5}$

105. [정답] 6

[해설]  $x^2 - y^2 - 5x + 5y = (x^2 - y^2) - 5(x-y)$   
 $= (x+y)(x-y) - 5(x-y) = (x-y)(x+y-5)$   
 $= -3(3-5) = -3 \times (-2) = 6$

106. [정답] 81

[해설]  $ax - ay + bx - by = a(x-y) + b(x-y)$   
 $= (a+b)(x-y) = 72$   
 이때  $a+b = 8$ 이므로  $8(x-y) = 72 \quad \therefore x-y = 9$   
 $\therefore x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2 = 9^2 = 81$

107. [정답] 11개

[해설]  $(x+y)^2 - 4(x+y) - 77$ 에서  $x+y = A$ 로 놓으면

$$A^2 - 4A - 77 = (A-11)(A+7)$$

이 수가 소수가 되어야 하므로

$$A-11=1 \text{ 또는 } A+7=1 \therefore A=12 \text{ 또는 } A=-6$$

이때  $x, y$ 는 자연수이므로  $A = x+y = 12$

즉  $x+y=12$ 를 만족하는 자연수  $x, y$ 의 순서쌍  $(x, y)$ 는  
 $(1, 11), (2, 10), (3, 9), (4, 8), (5, 7), (6, 6), (7, 5), (8, 4),$   
 $(9, 3), (10, 2), (11, 1)$  의 11개이다.

108. [정답] 3

[해설] 두 정사각형의 둘레의 합이 56이므로

$$4x+4y=56, 4(x+y)=56 \therefore x+y=14 \dots \textcircled{1}$$

두 정사각형의 넓이의 차가 42이므로

$$x^2 - y^2 = 42, (x+y)(x-y) = 42 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 에  $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$14(x-y) = 42 \therefore x-y = 3$$

109. [정답] ③

[해설] ①  $\overline{AD} = \frac{a+b}{2}$

②  $\overline{DB} = a - \frac{a+b}{2} = \frac{a-b}{2}$

③  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{(a+b)^2}{4} \times \frac{4}{(a-b)^2} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$

④  $S_1 - S_2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$   
 $= \left\{ \left(\frac{a+b}{2}\right) + \left(\frac{a-b}{2}\right) \right\} \left\{ \left(\frac{a+b}{2}\right) - \left(\frac{a-b}{2}\right) \right\}$   
 $= ab$

⑤  $S_1 + S_2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$   
 $= \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} + \frac{a^2 - 2ab + b^2}{4} = \frac{2a^2 + 2b^2}{4} = \frac{a^2 + b^2}{2}$

110. [정답] 7

[해설] 잔디밭의 반지름의 길이를  $x$ 라 하면

산책로의 한 가운데를 지나는 원의 둘레의 길이가 45이므로

$$2\left(x + \frac{a}{2}\right)\pi = 45 \therefore (2x+a)\pi = 45 \dots \textcircled{1}$$

산책로의 넓이가 315이므로

$$(x+a)^2\pi - x^2\pi = 315$$

$$\therefore \pi(2x+a)a = 315 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 에  $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$45a = 315 \therefore a = 7$$