

유형별 문제 2-1-1. 다항식의 곱셈

3학년

반명

성명

01 다항식과 다항식의 곱셈

1 $(x+2y)(x-y+3)$ 을 전개한 식에서 xy 의 계수를 a , y 의 계수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

02 합의 제곱과 차의 제곱

2 $(2x+a)^2 = 4x^2 - 12x + b$ 일 때, 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

3 $(3x-by)^2$ 의 전개식에서 xy 의 계수가 -42 일 때, y^2 의 계수는? (단, b 는 상수)

4 다음 <보기>의 식을 전개하였을 때, 결과가 같은 것을 모두 고르면?

<보기>

㉠. $(a-b)^2$

㉡. $(b-a)^2$

㉢. $-(a-b)^2$

㉣. $(-a+b)^2$

㉤. $\{-(a-b)\}^2$

㉥. $(-a-b)^2$

03 합과 차의 곱

5 $(-a-1)(-a+1)$ 을 전개하면?

① a^2

② a^2+1

③ a^2-1

④ $-a^2-1$

⑤ $-a^2+1$

6 다음 중 전개식이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(a-b)(a+b)$

② $-(b+a)(b-a)$

③ $(-b+a)(b+a)$

④ $(-b-a)(b-a)$

⑤ $(a+b)(-a-b)$

04 연속한 합과 차의 곱

7 $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) = x^a + b$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하면? (단, a 와 b 는 상수)

05 일차항의 계수가 1인 두 일차식의 곱

8 $(x+a)(x+2) = x^2 + 7x + b$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

- 9 $(x+2)\left(x-\frac{2}{3}a\right)$ 의 전개식에서 x 의 계수가 상수항의 2배일 때, 상수 a 의 값은?

06 일차항의 계수가 1이 아닌 두 일차식의 곱

- 10 $(2x-a)(bx+7)$ 를 전개한 식이 $6x^2+cx-35$ 일 때, 세 상수 $a+b+c$ 의 값은?

- 11 $(3x+a)(bx-5)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 6이고 상수항이 -5 일 때, x 의 계수는?

07 곱셈 공식의 종합

- 12 <보기> 중 옳은 것의 개수는?

<보기>

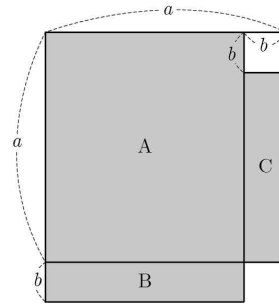
- ㄱ. $(3x+5y)^2 = 9x^2 + 25y^2$
 ㄴ. $(x-3y)^2 = x^2 - 6xy - 9y^2$
 ㄷ. $(-2y-x)(2y-x) = -x^2 + 4y^2$
 ㄹ. $(2-x)(6x+1) = -6x^2 - 4x + 2$
 ㅁ. $(-x+2)(x-5) = -x^2 + 7x - 10$

- 13 다음 중 \square 안에 들어갈 수가 가장 큰 것은?

- ① $(-x+3)(-x-3) = x^2 - \square$
 ② $(-2x+1)^2 = \square x^2 - 4x + 1$
 ③ $(-x-4y)^2 = x^2 + 8xy + \square y^2$
 ④ $(x-4)(x-6) = x^2 - \square x + 24$
 ⑤ $(2x-1)(3x+2) = 6x^2 + \square x - 2$

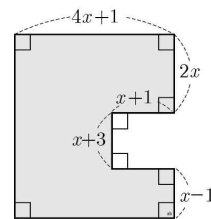
08 곱셈 공식의 도형에의 활용

- 14 그림은 직사각형들을 붙인 것이다. $A+B=A+C$ 일 때, 이 그림으로 설명할 수 있는 곱셈공식은?

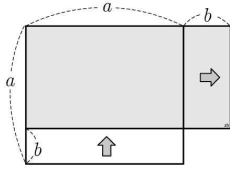


- ① $(a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ③ $a(a+b) = a^2 + ab$ ④ $b(a-b) = ab - b^2$
 ⑤ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

- 15 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



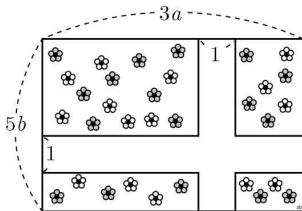
16 다음 색칠한 직사각형의 넓이를 구하기 위해 쓰이는 가장 적합한 곱셈공식을 고르면?



- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- ④ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
- ⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

17 가로 길이가 $x-3$, 세로 길이가 $4x+1$, 높이가 $2x+3$ 인 직육면체의 겉넓이는?

18 가로 길이가 $3a$ 이고 세로 길이가 $5b$ 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 이 화단 안에 폭이 1인 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 화단의 넓이를 나타낸 식은?



- ① $15ab - 3a + 5b + 1$
- ② $15ab + 3a - 5b + 1$
- ③ $15ab - 3a - 5b + 1$
- ④ $15ab + 3a + 5b + 1$
- ⑤ $15ab - 3a + 5b - 1$

09 공통 부분이 있는 식의 전개

19 $(-2a+3b-1)(2a+3b-1) - (b-3)^2$ 을 간단히 한 것은?

- ① $-4a^2 + 8b^2 - 8$
- ② $8a^2 + 4b^2 - 8$
- ③ $-4a^2 + 8b^2 - 10$
- ④ $8a^2 + 4b^2 - 10$
- ⑤ $-4a^2 + 8b^2 - 12b$

10 () () () () 꼴의 전개

20 $x = k(k-3)$ 일 때, $(k+1)(k-1)(k-2)(k-4)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면 $Ax^2 + Bx + C$ 로 정리된다. 이 때, $\frac{AC}{B}$ 의 값은?

유형별 문제: 2-1-2.다항식의 곱셈의 응용

3학년

반명		성명	
----	--	----	--

01 곱셈 공식을 이용한 수의 계산

21 89×91 을 계산할 때 가장 편리한 곱셈 공식은?

- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- ④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- ⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

22 $2020 \times 2000 = 2010^2 - A$ 이 성립할 때, A 의 값은?

23 다음은 96^2 과 503×507 을 곱셈 공식을 이용하여 계산하는 과정이다. 이때 $A+B$ 의 값은?

- $96^2 = (100-4)^2 = 100^2 - A + 16$
- $503 \times 507 = (500+3)(500+7) = 500^2 + B \times 500 + 21$

24 $(2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = \frac{1}{3}(2^a-b)$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

02 곱셈 공식을 이용한 근호를 포함한 식의 계산

25 $(2\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2) = a+b\sqrt{5}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수)

26 $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})^2 - \frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)$ 을 계산하면?

03 제곱근의 계산 결과가 유리수가 될 조건

27 $(2+3\sqrt{3})(a+4\sqrt{3})$ 을 계산한 결과가 유리수일 때, 유리수 a 의 값은?

28 두 수 $4+a\sqrt{3}$ 과 $b-3\sqrt{3}$ 의 합과 곱의 값이 모두 유리수일 때, 유리수 a, b 의 값을 각각 구하면?

04 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

29 $\frac{1+3\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하여 $a+b\sqrt{2}$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은?

30 $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 을 간단히 하면?

31 $2\sqrt{5}(3-\sqrt{5}) + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1} = a+b\sqrt{5}$ 일 때, 두 유리수 a, b 의 합은?

32 $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ 일 때,
 $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(14)} + \frac{1}{f(15)}$ 의 값은? (단, $x > 0$)

05 곱셈 공식의 변형(1)

33 $x+y=-4, xy=3$ 일 때, $(x-y)^2$ 의 값은?

34 $x+y=6, xy=4$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은?

35 $x-y=3, x^2+y^2=13$ 일 때, xy 의 값을 구하면?

06 곱셈 공식의 변형(2)

36 $a - \frac{1}{a} = 5$ 일 때, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0$)

37 $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

38 $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $5x^2 + \frac{5}{x^2} + \left(3x - \frac{3}{x}\right)^2 + 1$ 의 값을 구하면?

07 두 수의 곱이 1인 식을 만들어 식의 값 구하기

39 $x^2 - 7x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

40 $x^2 - 6x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 - 2x + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

08 식을 먼저 간단히 하는 경우 식의 값 구하기

41 $x^2 - 2x - 2 = 3$ 일 때, $(x+3)(x-5) + 3$ 의 값은?

42 $x^2 = 15$ 일 때, $(x+3)(x-5)(x-3)(x+5)$ 의 값은?

09 $x = a \pm \sqrt{b}$ 꼴이 주어진 경우 식의 값 구하기

43 $x = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $x^2 + 2x + 5$ 의 값은?

44 $x = \frac{1}{2 - \sqrt{5}}$ 일 때, $x^2 + 4x - 5$ 의 값은?

45 $x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 - 10x + 6$ 의 값은?

유형별 문제 2-2-1. 다항식의 인수분해

3학년

반명

성명

01 인수와 인수분해

46 $x(x-1)(x+1)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① x ② $x^2 - 1$
③ $x^2 + 1$ ④ $x^2 - x$ ⑤ $x^2 + x$

47 다음 보기에서 $2(x-7)(x-6)$ 의 인수가 아닌 것을 모두 고르면?

<보기>

- ㉠. x ㉡. $2x-6$ ㉢. $x-7$
㉣. $x-6$ ㉤. $(x-7)(x-6)$

02 공통인 인수로 묶어 인수분해하기

48 다음 등식에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

$$a^2b - 2ab = ab(a-2)$$

- ① 좌변의 식을 우변의 식으로 나타내는 것을 인수분해한다고 한다.
② 우변의 식은 분배법칙에 의하여 좌변의 식으로 나타내어진 다.
③ 우변의 식을 좌변의 식으로 나타내는 것을 전개한다고 한다.
④ 좌변에 있는 식의 공통인수는 ab 이다.
⑤ 우변의 식에서 -2 는 인수이다.

49 $4x^2y - 6xy$ 를 인수분해하면?

03 $a^2 \pm 2ab + b^2$ 꼴의 인수분해

50 다항식 $9a^2 - 6a + 1$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

- ① $(3a+1)^2$ ② $(3a-1)^2$
③ $(a+1)(9a+1)$ ④ $(3a+1)(3a-1)$ ⑤ $(3a-2)(3a-1)$

51 다음 중 완전제곱식으로 인수분해 되는 이차식은?

- ① $2x^2 + 8x + 4$ ② $4x^2 - 16xy + 16$
③ $9x^2 + 12x + 4$ ④ $x^2 + 8x + 16y^2$ ⑤ $16x^2 - 40x - 25$

04 완전제곱식이 될 조건

52 $16x^2 + (m-19)x + 64$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 모든 상수 m 의 값의 합을 구하면?

53 다음 식이 모두 완전제곱식이 될 때, □ 안에 들어갈 양수 중 가장 큰 것은?

- ① $a^2 - 2a + \square$ ② $a^2 + ab + \square b^2$
③ $\square a^2 - 4a + 1$ ④ $9a^2 - 6a + \square$ ⑤ $4b^2 + \square b + \frac{1}{4}$

54 $(9x+3)(x-1)+k$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 k 의 값을 구하면?

55 다항식 $x^2-7ax+b$ 에 다항식 $ax+2b$ 를 더하면 완전제곱식이 된다고 할 때, 순서쌍 (a,b) 의 개수는? (단, a, b 는 100이하의 자연수)

05 근호 안에 완전제곱식으로 인수분해되는 식

56 $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2-2a+1} + \sqrt{a^2+2a+1}$ 의 값은?

57 $0 < a < 1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4}$$

58 $-1 < a < 2$ 이고 $\sqrt{x} = a+2$ 일 때, $\sqrt{x-2a-3} + \sqrt{x-8a}$ 을 간단히 하면?

06 $a^2 - b^2$ 꼴의 인수분해

59 $4x^2 - 9y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(2x+3y)^2$ ② $(2x-3y)^2$
 ③ $(2x+3y)(2x-y)$ ④ $(2x-3y)(2x+y)$
 ⑤ $(2x+3y)(2x-3y)$

60 다음 중 $x^3 - 4x$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① x ② $x-2$
 ③ $x+2$ ④ $(x+2)^2$ ⑤ $(x+2)(x-2)$

07 $x^2 + (a+b)x + ab$ 꼴의 인수분해

61 $(a+5)(a-7)+11$ 이 a 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 이 두 일차식의 합은?

62 다음은 $x^2 - 12x + 11$ 를 인수분해하는 과정이다. 빈 칸을 채운 것으로 옳지 않은 것은?

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)에$$

$$a+b = (\ominus), ab = (\ominus)이므로$$

합이 (\ominus) , 곱이 (\ominus) 가 되는 두 정수를 찾으면 된다.

곱이 (\ominus) 인 두 정수	두 정수의 합
\ominus	12
\oplus	\ominus

위의 표에서 구하는 두 정수는 (\oplus) 이므로

$$x^2 - 12x + 11 = (x-1)(\ominus)$$

- ① $\ominus - 12$ ② $\ominus 11$
③ $\oplus 1, 11$ ④ $\oplus -1, -11$ ⑤ $\oplus x + 11$

63 두 정수 a, b 에 대하여 $x^2 + mx + 8 = (x+a)(x+b)$ 일 때, 실수 m 의 최솟값은?

08 $acx^2 + (ad+bc)x + bd$ 꼴의 인수분해

64 다음 보기 중 인수가 $x+3$ 인 것을 모두 고르면?

<보기>

- ㉠. $x^2 + 4x + 3$ ㉡. $4x^2 + 13x + 3$
㉢. $2x^2 - 5x - 3$ ㉣. $6x^2 + 14x - 12$
㉤. $2x^2 + 5x - 3$

65 다항식 $6x^2 + x - 15$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 합은?

66 $3x^2 + (2a+1)x - 12 = (x+b)(3x+4)$ 로 인수분해 될 때, $a+b$ 의 값은?

09 인수분해 공식의 종합

67 다음에서 옳지 않은 것은?

- ① $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$
② $x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2 = \left(x - \frac{1}{2}y\right)^2$
③ $4x^2 - y^2 = (2x+y)(2x-y)$
④ $x^2 - x - 12 = (x+3)(x-4)$
⑤ $2x^2 - x + 6 = (2x-3)(x-2)$

68 \square 안에 들어갈 수가 다른 것은?

- ① $x^2 - 4x + 4 = (x - \square)^2$
② $a^2 - 4 = (a + \square)(a - 2)$
③ $2ab - 6a^2b = 2ab(\square - 3a)$
④ $y^2 + \square y - 35 = (y + 7)(y - 5)$
⑤ $2x^2 + \square x - 24 = (2x - 6)(x + 4)$

10 인수분해하여 공통인 인수 구하기

69 두 다항식 $4x^2 - 9$ 과 $2x^2 + 5x + 3$ 의 공통인 인수는?

70 다음 중 나머지 넷과 공통인수를 갖지 않는 것을 고르면?

- ① $x^2 - 1$ ② $2x^2 + 4x + 2$
 ③ $2x^2 + x - 1$ ④ $x^2 + 4x - 5$ ⑤ $3x^2 + 5x + 2$

11 인수가 주어진 이차식의 미지수의 값 구하기

71 $x - 4$ 가 $x^2 - 3x + a$ 의 인수일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

72 다음 세 다항식에 공통으로 들어있는 인수가 일차식일 때, 상수 a 의 값은?

• $x^3y - xy$ • $3x^2 + 6x + 3$ • $x^2 - 2x + a$

73 다항식 $2x^2 + ax + b$ 를 인수분해한 인수가 $2x - 1$, $x + 2$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수)

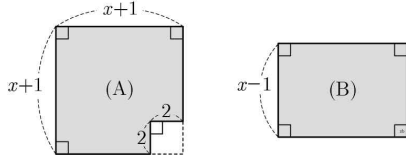
12 계수 또는 상수항을 잘못 보고 인수분해한 경우

74 x^2 의 계수가 1인 어떤 이차식을 석준이는 상수항을 잘못 보고 $(x - 2)(x - 4)$ 로 인수분해 하였고, 신영이는 일차항의 계수를 잘못 보고 $(x - 2)(x + 8)$ 로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면?

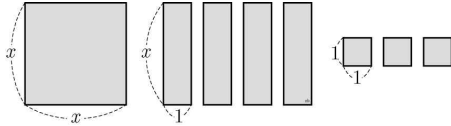
75 어떤 이차식을 인수분해하는데 학생 A는 상수항을 잘못 보아 $x(3x + 7)$ 로 인수분해하였고, 학생 B는 일차항의 계수를 잘못 보아 $(x + 2)(3x + 2)$ 로 인수분해하였다. 처음의 이차식을 옳게 인수분해하면?

13 도형을 이용한 인수분해 공식

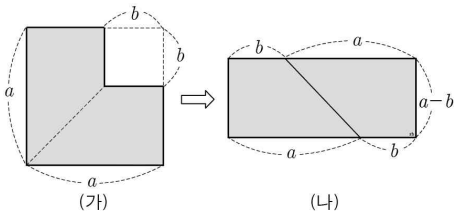
76 그림에서 도형 (A)는 한 변의 길이가 $x+1$ 인 정사각형에서 한 변의 길이가 2인 정사각형을 잘라낸 모양이고, 도형 (B)는 세로의 길이가 $x-1$ 인 직사각형이다. 두 도형 (A), (B)의 넓이가 서로 같을 때, 도형 (B)의 가로 길이를 x 에 대한 식으로 나타내면? (단, $x > 1$)



77 그림과 같은 사각형을 모두 이어 붙여서 하나의 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는?



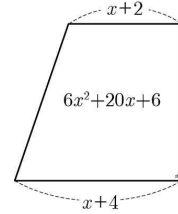
78 (가)는 한 변의 길이가 a 인 정사각형 모양의 색종이에서 한 변의 길이가 b 인 정사각형 모양을 잘라내고 남은 도형이다. (나)는 (가)를 이용하여 만든 직사각형 모양의 도형이다. 이때, (가)의 넓이와 (나)의 넓이가 같음을 이용하여 나타낸 인수분해 공식으로 옳은 것은? (단, $a > b > 0$)



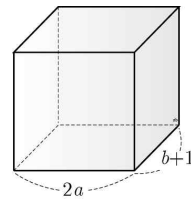
- ① $a^2 + ab = a(a+b)$ ② $a^2 - ab = a(a-b)$
 ③ $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ④ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
 ⑤ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

14 인수분해의 도형에의 활용

79 그림과 같은 사다리꼴의 넓이가 $6x^2 + 20x + 6$ 일 때, 이 사다리꼴의 높이를 x 에 관한 식으로 나타내면?



80 다음과 같은 직육면체의 가로, 세로의 길이가 각각 $2a$, $b+1$ 이고 부피가 $2ab^2 + 6ab + 4a$ 일 때, 이 직육면체의 높이는?



유형별 문제 2-2-2. 인수분해 공식의 활용

3학년

반명

성명

01 공통 부분이 있는 식의 인수분해

81 $(x+1)^2 - (x+1)$ 을 인수분해 하면?

82 다항식 $(x-5)^2 + 2x - 10$ 을 인수분해 하면?

83 다항식 $x(y+1) - 2(y+1) - 2x + 4$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

02 치환을 이용한 인수분해

84 다음 중 $x^2(x+7)^2 + 22x(x+7) + 120$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x+2$ ② $x+3$
③ $x+4$ ④ $x+5$ ⑤ $x+6$

85 다음 식을 인수분해한 결과는?

$$2(x+1)^2 - 3(x+1) - 2$$

86 $(x-2)^2 - 7(x-2) + 10$ 이 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

87 $(a-b)(a-b-4) + k$ 가 완전제곱식이 될 때 k 는?

88 다음 다항식이 x 의 계수가 자연수인 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 합은?

$$3(x+1)^2 + 5(x+1)(2x-3) + 2(2x-3)^2$$

03 () () () () + k 꼴의 인수분해

89 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+k$ 을 인수분해하면 $(x^2+ax+b)^2$ 의 형태가 된다. 이때, $a+b+k$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.)

90 $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)+a$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

04 항이 4개인 식의 인수분해

91 다음 중 $-by^2+ax^2+bx^2-ay^2$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① x^2-y^2 ② $a+b$
③ $x-y$ ④ $x+y$ ⑤ $ax-by$

92 $xy-2x+2y-4$ 가 $(y+a)(x+b)$ 로 인수분해될 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

93 다음 중 $2xy-x^2+z^2-y^2$ 을 인수분해 하면?

94 다항식 a^2-4b^2+4b-1 의 인수인 것을 모두 찾으시오?
(정답 2개)

- ① $a-2b+1$ ② $2b-1$
③ $a-2b-1$ ④ $a+2b-1$ ⑤ $a+2b+1$

05 내림차순으로 정리하여 인수분해하기

95 $xy+2x-y^2-4y-4$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

- | | | |
|------------|------------|----------|
| ㉠. $x-1$ | ㉡. $x-y$ | ㉢. $y+2$ |
| ㉣. $x-y-2$ | ㉤. $x-y+2$ | |

96 $x^2-2x+xy+y-3$ 이 x, y 의 계수가 자연수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

06 인수분해 공식을 이용한 수의 계산

97 인수분해 공식을 이용하여
 $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{19^2}\right)\left(1 - \frac{1}{20^2}\right)$ 을 계산하면?

98 $2013 \times 2019 + 9$ 가 어떤 자연수의 제곱일 때, 어떤 자연수?

99 다음 두 수 A, B 에 대하여 $\sqrt{A+B}$ 의 값을 구하면?

$$A = \sqrt{73^2 + 4 \times 73 + 4}, B = 5.3^2 - 4.7^2$$

100 자연수 $2^{16} - 1$ 은 10과 20 사이에 있는 두 자연수를 약수로 가진다. 이 두 자연수의 합을 구하면?

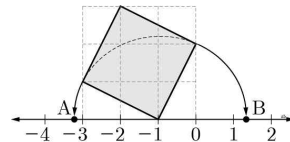
07 문자의 값이 주어질 때, 식의 값 구하기

101 $x = \frac{1}{\sqrt{3}+2}$ 이고, $y = \frac{1}{\sqrt{3}-2}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2$ 의 값은?

102 $x = 11 + 6\sqrt{2}$, $y = 3\sqrt{2} - 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 3xy + 2y^2}{x-y}$ 의 값을 구하면?

103 $x = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$, $y = \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

104 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이고 두 점 A, B에 대응하는 수를 각각 a, b 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?



08 식의 조건이 주어질 때, 식의 값 구하기

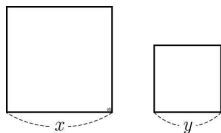
105 $x+y=3$, $x-y=-3$ 일 때, $x^2-y^2-5x+5y$ 의 값은?

106 $a+b=8$, $ax-ay+bx-by=72$ 일 때, $x^2-2xy+y^2$ 의 값을 구하면?

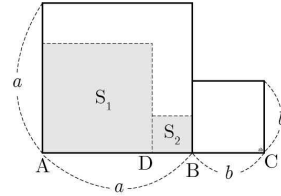
107 $(x+y)^2-4(x+y)-77$ 이 소수가 되도록 하는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

09 인수분해의 도형에의 활용

108 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x, y ($x > y$)인 두 정사각형이 있다. 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 56이고, 넓이의 차가 42일 때, $x-y$ 의 값을 구하면?

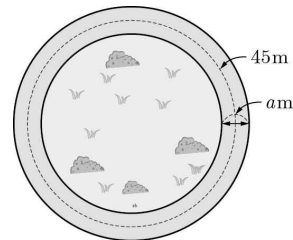


109 한 변의 길이가 각각 a, b ($0 < b < a$)인 두 정사각형이 있다. 점 D는 선분 AC의 중점이고 두 선분 AD, BD를 각각 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 각각 S_1, S_2 라고 할 때, 옳은 것은?



- ① $\overline{AD} = \frac{a-b}{2}$ ② $\overline{BD} = \frac{a+b}{2}$
 ③ $\frac{S_1}{S_2} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$ ④ $S_1 - S_2 = 2ab$ ⑤ $S_1 + S_2 = \frac{a^2 - b^2}{2}$

110 그림과 같이 원 모양의 잔디밭 둘레에 폭이 am 로 일정한 산책로가 있다. 이 산책로의 한 가운데를 지나가는 원의 둘레의 길이는 $45m$ 이고, 산책로의 넓이가 $315m^2$ 일 때, 잔디밭 둘레에 있는 산책로 폭의 길이의 a 값은?



유형별 문제: 2-1-1.다항식의 곱셈

1. [정답] 7

[해설] $(x+2y)(x-y+3)$
 $= x^2 - xy + 3x + 2xy - 2y^2 + 6y = x^2 + 3x + xy + 6y - 2y^2$
 따라서 $a=1$, $b=6$ 이므로 $a+b=7$

2. [정답] 6

[해설] $(2x+a)^2 = 4x^2 + 4ax + a^2 = 4x^2 - 12x + b$ 에서
 $4a = -12$, $a^2 = b$ $\therefore a = -3$, $b = 9$ $\therefore a+b=6$

3. [정답] 49

[해설] $(3x-by)^2 = 9x^2 - 6bxy + b^2y^2$ 에서 xy 의 계수가 -42 이므로
 $-6b = -42$ $\therefore b=7$
 따라서 y^2 의 계수 b^2 의 값은 49이다.

4. [정답] ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ

[해설] ㄱ. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ㄴ. $(b-a)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ㄷ. $-(a-b)^2 = -(a^2 - 2ab + b^2) = -a^2 + 2ab - b^2$
 ㄹ. $(-a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ㅁ. $\{-(a-b)\}^2 = (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ㅂ. $(-a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 따라서 결과가 같은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ이다.

5. [정답] ㉓

[해설] $(-a-1)(-a+1) = (-a)^2 - 1^2 = a^2 - 1$

6. [정답] ㉓

[해설] ㉑, ㉒, ㉓, ㉔의 전개식은 모두 $a^2 - b^2$
 ㉓ $(a+b)(-a-b) = -(a+b)^2$
 $= -(a^2 + 2ab + b^2) = -a^2 - 2ab - b^2$

7. [정답] 17

[해설] $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$
 $= (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$
 $= (x^4-1)(x^4+1)(x^8+1) = (x^8-1)(x^8+1) = x^{16}-1$
 따라서 $a=16$, $b=-1$ 이므로 $a-b=16-(-1)=17$

8. [정답] -5

[해설] $(x+a)(x+2) = x^2 + (a+2)x + 2a$
 이 식은 $x^2 + 7x + b$ 와 같으므로
 $a+2=7$, $2a=b$ $\therefore a=5$, $b=10$ $\therefore a-b=-5$

9. [정답] -1

[해설] $(x+2)\left(x-\frac{2}{3}a\right) = x^2 + \left(2-\frac{2}{3}a\right)x - \frac{4}{3}a$
 이때 x 의 계수가 상수항의 2배이므로 $2-\frac{2}{3}a = -\frac{8}{3}a$
 $-2a=2$ $\therefore a=-1$

10. [정답] 7

[해설] $(2x-a)(bx+7) = 2bx^2 + (14-ab)x - 7a$
 이 식은 $6x^2 + cx - 35$ 와 같으므로
 $2b=6$, $14-ab=c$, $-7a=-35$
 $\therefore a=5$, $b=3$, $c=-1$ $\therefore a+b+c=7$

11. [정답] -13

[해설] $(3x+a)(bx-5) = 3bx^2 + (ab-15)x - 5a$
 위 전개식에서 x^2 의 계수가 6이므로 $3b=6$ $\therefore b=2$
 상수항이 -5 이므로 $-5a=-5$ $\therefore a=1$
 따라서 x 의 계수는 $ab-15=1 \times 2 - 15 = -13$

12. [정답] 1개

[해설] ㄱ. $(3x+5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2$
 ㄴ. $(x-3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$
 ㄷ. $(-2y-x)(2y-x) = x^2 - 4y^2$
 ㄹ. $(2-x)(6x+1) = -6x^2 + 11x + 2$

13. [정답] ㉓

[해설] ㉑ $(-x+3)(-x-3) = x^2 - 9$ 이므로 $\square = 9$
 ㉒ $(-2x+1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$ 이므로 $\square = 4$
 ㉓ $(-x-4y)^2 = x^2 + 8xy + 16y^2$ 이므로 $\square = 16$
 ㉔ $(x-4)(x-6) = x^2 - 10x + 24$ 이므로 $\square = 10$
 ㉕ $(2x-1)(3x+2) = 6x^2 + x - 2$ 이므로 $\square = 1$

14. [정답] ㉓

[해설] $A+B = A+C$ 에서
 $A+B = (a+b)(a-b)$, $A+C = a^2 - b^2$
 $\therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

15. [정답] $15x^2 + 8x - 1$

[해설] $(4x+1)\{2x+(x+3)+(x-1)\} - (x+1)(x+3)$
 $= (4x+1)(4x+2) - (x+1)(x+3)$
 $= 16x^2 + 12x + 2 - (x^2 + 4x + 3) = 15x^2 + 8x - 1$

16. [정답] ㉔

[해설] 색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $a+b$, 세로의 길이는 $a-b$ 이므로 넓이는 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

17. [정답] $28x^2 - 18$

[해설] 구하려는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned} & 2(x-3)(4x+1) + 2(x-3)(2x+3) + 2(4x+1)(2x+3) \\ &= 2(4x^2 - 11x - 3) + 2(2x^2 - 3x - 9) + 2(8x^2 + 14x + 3) \\ &= 28x^2 - 18 \end{aligned}$$

18. [정답] ③

[해설] $(3a-1)(5b-1) = 15ab - 3a - 5b + 1$

19. [정답] ①

$$\begin{aligned} & [-2a+3b-1](2a+3b-1) - (b-3)^2 \\ &= -4a^2 + (3b-1)^2 - (b-3)^2 \\ &= -4a^2 + (9b^2 - 6b + 1) - (b^2 - 6b + 9) = -4a^2 + 8b^2 - 8 \end{aligned}$$

20. [정답] 4

$$\begin{aligned} & [(k+1)(k-1)(k-2)(k-4)] \\ &= (k-1)(k-2) \times (k+1)(k-4) \\ &= (k^2 - 3k + 2)(k^2 - 3k - 4) \\ &= (x+2)(x-4) \quad (\because x = k(k-3) = k^2 - 3k) \\ &= x^2 - 2x - 8 \end{aligned}$$

따라서 $A = 1$, $B = -2$, $C = -8$ 이므로 $\frac{AC}{B} = \frac{-8}{-2} = 4$

유형별 문제: 2-1-2.다항식의 곱셈의 응용

21. [정답] ③

$$\begin{aligned} & [해설] 89 \times 91 = (90-1)(90+1) = 90^2 - 1^2 \\ & \text{따라서 } 89 \times 91 \text{을 계산하는데 가장 편리한 곱셈 공식은} \\ & (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \end{aligned}$$

22. [정답] 100

$$\begin{aligned} & [해설] 2020 \times 2000 \\ &= (2010+10)(2010-10) = 2010^2 - 10^2 \\ &\therefore A = 10^2 = 100 \end{aligned}$$

23. [정답] 810

$$\begin{aligned} & [해설] 96^2 = (100-4)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 4 + 16 \text{이므로 } A = 800 \\ & 503 \times 507 = (500+3)(500+7) \\ &= 500^2 + (3+7) \times 500 + 21 \text{ 이므로 } B = 10 \\ &\therefore A+B = 800+10 = 810 \end{aligned}$$

24. [정답] 15

$$\begin{aligned} & [해설] (2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= \frac{1}{3}(2+1)(2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3}(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = \frac{1}{3}(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= \frac{1}{3}(2^8-1)(2^8+1) = \frac{1}{3}(2^{16}-1) \end{aligned}$$

따라서 $a = 16$, $b = 1$ 이므로 $a-b = 15$

25. [정답] 5

$$\begin{aligned} & [해설] (2\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2) = 10 - 4\sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 = 8 - 3\sqrt{5} \\ & \text{따라서 } a = 8, b = -3 \text{이므로 } a+b = 8+(-3) = 5 \end{aligned}$$

26. [정답] $12\sqrt{3}+6$

$$\begin{aligned} & [해설] \sqrt{3}(1+\sqrt{3})^2 - \frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3) \\ &= \sqrt{3}(1+2\sqrt{3}+3) - 2\sqrt{3}(5-9) \\ &= \sqrt{3}(4+2\sqrt{3}) - 2\sqrt{3} \times (-4) = 4\sqrt{3} + 6 + 8\sqrt{3} = 12\sqrt{3} + 6 \end{aligned}$$

27. [정답] $a = -\frac{8}{3}$

$$\begin{aligned} & [해설] (2+3\sqrt{3})(a+4\sqrt{3}) = (2a+36) + (8+3a)\sqrt{3} \\ & \text{이 수가 유리수가 되려면 } 8+3a = 0 \\ & 3a = -8 \quad \therefore a = -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

28. [정답] $a = 3, b = 4$

$$\begin{aligned} & [해설] 두 수의 합 \\ & (4+a\sqrt{3}) + (b-3\sqrt{3}) = (4+b) + (a-3)\sqrt{3} \\ & \text{이 수가 유리수이려면 } a-3 = 0 \quad \therefore a = 3 \\ & \text{두 수의 곱} \\ & (4+3\sqrt{3})(b-3\sqrt{3}) = (4b-27) + (3b-12)\sqrt{3} \\ & \text{이 수가 유리수이려면 } 3b-12 = 0 \quad \therefore b = 4 \end{aligned}$$

29. [정답] -2

$$\begin{aligned} & [해설] \frac{1+3\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{(1+3\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} \\ &= \frac{-9+7\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = -9+7\sqrt{2} \\ & \text{따라서 } a = -9, b = 7 \text{이므로 } a+b = -9+7 = -2 \end{aligned}$$

30. [정답] $-4\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} & [해설] \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \\ &= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{(5-2\sqrt{6}) - (5+2\sqrt{6})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= (5-2\sqrt{6}) - (5+2\sqrt{6}) = -4\sqrt{6} \end{aligned}$$

31. [정답] -3

[해설] $2\sqrt{5}(3-\sqrt{5}) + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$
 $= 6\sqrt{5} - 10 + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$
 $= 6\sqrt{5} - 10 + \frac{5-\sqrt{5}}{4} = -\frac{35}{4} + \frac{23}{4}\sqrt{5}$
따라서 $a = -\frac{35}{4}$, $b = \frac{23}{4}$ 이므로 $a+b = -\frac{35}{4} + \frac{23}{4} = -\frac{12}{4} = -3$

32. [정답] 3

[해설] $\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$
 $= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x} - \sqrt{x+1})}$
 $= -(\sqrt{x} - \sqrt{x+1}) = -\sqrt{x} + \sqrt{x+1}$
 $\therefore \frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(14)} + \frac{1}{f(15)}$
 $= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4})$
 $+ \dots + (-\sqrt{14} + \sqrt{15}) + (-\sqrt{15} + \sqrt{16}) = -1 + 4 = 3$

33. [정답] 4

[해설] $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$
 $= (-4)^2 - 4 \times 3 = 16 - 12 = 4$

34. [정답] 7

[해설] $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy}$
 $= \frac{6^2 - 2 \times 4}{4} = \frac{36-8}{4} = 7$

35. [정답] 2

[해설] $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ 에서
 $9 = 13 - 2xy$, $2xy = 4$ $\therefore xy = 2$

36. [정답] 29

[해설] $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 = 5^2 + 4 = 25 + 4 = 29$

37. [정답] 7

[해설] $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$ 이므로
 $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

38. [정답] 179

[해설] $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 4^2 - 2 = 14$
 $\therefore 5x^2 + \frac{5}{x^2} + \left(3x - \frac{3}{x}\right)^2 + 1$
 $= 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(9x^2 - 18 + \frac{9}{x^2}\right) + 1$
 $= 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 9\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 18 + 1 = 14\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 17$
 $= 14 \times 14 - 17 = 196 - 17 = 179$

39. [정답] 47

[해설] $x^2 - 7x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면
 $x - 7 + \frac{1}{x} = 0$ $\therefore x + \frac{1}{x} = 7$
 $\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 7^2 - 2 = 49 - 2 = 47$

40. [정답] 26

[해설] $x^2 - 6x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면
 $x - 6 - \frac{1}{x} = 0$ $\therefore x - \frac{1}{x} = 6$
 $\therefore x^2 - 2x + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2\right\} - 2\left(x - \frac{1}{x}\right)$
 $= (6^2 + 2) - 2 \times 6 = 38 - 12 = 26$

41. [정답] -7

[해설] $x^2 - 2x - 2 = 3$ 에서 $x^2 - 2x = 5$
 $\therefore (x+3)(x-5) + 3 = x^2 - 2x - 12 = 5 - 12 = -7$

42. [정답] -60

[해설] $(x+3)(x-5)(x-3)(x+5) = (x+3)(x-3)(x+5)(x-5)$
 $= (x^2-9)(x^2-25) = (15-9)(15-25) = 6 \times (-10) = -60$

43. [정답] 6

[해설] $x = \sqrt{2} - 1$ 에서
 $x+1 = \sqrt{2}$, $(x+1)^2 = 2$
 $x^2 + 2x + 1 = 2$ $\therefore x^2 + 2x = 1$ $\therefore x^2 + 2x + 5 = 1 + 5 = 6$

44. [정답] -4

[해설] $x = \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2+\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}$
 $= \frac{2+\sqrt{5}}{2^2 - (\sqrt{5})^2} = -(2+\sqrt{5}) = -2 - \sqrt{5}$
 $x = -2 - \sqrt{5}$ 에서 $x+2 = -\sqrt{5}$
양변을 제곱하면

$$(x+2)^2 = 5$$

$$x^2 + 4x + 4 = 5 \quad \therefore x^2 + 4x = 1 \quad \therefore x^2 + 4x - 5 = 1 - 5 = -4$$

45. [정답] 5

$$[\text{해설}] \quad x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$= (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$x = 5 - 2\sqrt{6} \text{ 에서}$$

$$x - 5 = -2\sqrt{6}, \quad (x - 5)^2 = 24$$

$$x^2 - 10x + 25 = 24$$

$$\therefore x^2 - 10x = -1 \quad \therefore x^2 - 10x + 6 = -1 + 6 = 5$$

유형별 문제: 2-2-1. 다항식의 인수분해

46. [정답] ③

$$[\text{해설}] \quad ② \quad x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$

$$④ \quad x^2 - x = x(x-1)$$

$$⑤ \quad x^2 + x = x(x+1)$$

47. [정답] ㄱ, ㄴ

$$[\text{해설}] \quad <\text{보기}>\text{에서 } 2(x-7)(x-6) \text{의 인수는 } x-7, \quad x-6, \quad (x-7)(x-6) \text{이므로 인수가 아닌 것은 ㄱ, ㄴ이다.}$$

48. [정답] ⑤

$$[\text{해설}] \quad ⑤ \quad \text{우변의 식에서 인수는 } 1, \quad a, \quad b, \quad a-2, \quad ab, \quad a(a-2), \quad b(a-2), \quad ab(a-2) \text{이다.}$$

49. [정답] $2xy(2x-3)$

$$[\text{해설}] \quad 4x^2y - 6xy = 2xy(2x-3)$$

50. [정답] ②

$$[\text{해설}] \quad 9a^2 - 6a + 1 = (3a)^2 - 2 \times 3a \times 1 + 1^2 = (3a-1)^2$$

51. [정답] ③

$$[\text{해설}] \quad ① \quad 2x^2 + 8x + 4 = 2(x^2 + 4x + 2)$$

$$② \quad 4x^2 - 16xy + 16 = 4(x^2 - 4xy + 4)$$

$$③ \quad 9x^2 + 12x + 4 = (3x+2)^2$$

$$④ \quad x^2 + 8x + 16y^2 \text{ 은 인수분해되지 않는다.}$$

$$⑤ \quad 16x^2 - 40x - 25 \text{ 는 인수분해되지 않는다.}$$

52. [정답] 38

$$[\text{해설}] \quad 16x^2 + (m-19)x + 64 = (4x \pm 8)^2 \text{ 이므로}$$

$$m-19 = \pm 2 \times 4 \times 8 = \pm 64 \quad \therefore m = 83 \text{ 또는 } m = -45$$

$$\therefore m \text{의 값의 합은 } 83 + (-45) = 38$$

53. [정답] ③

$$[\text{해설}] \quad ① \quad a^2 - 2a + \square = (a-1)^2 \text{ 이므로 } \square = 1$$

$$② \quad a^2 + ab + \square b^2 = \left(a + \frac{1}{2}b\right)^2 \text{ 이므로 } \square = \frac{1}{4}$$

$$③ \quad \square a^2 - 4a + 1 = (2a-1)^2 \text{ 이므로 } \square = 4$$

$$④ \quad 9a^2 - 6a + \square = (3a-1)^2 \text{ 이므로 } \square = 1$$

$$⑤ \quad 4b^2 + \square b + \frac{1}{4} = \left(2b \pm \frac{1}{2}\right)^2 \text{ 이므로 } \square = 2 (\because \square \text{ 는 양수})$$

54. [정답] 4

$$[\text{해설}] \quad (9x+3)(x-1) + k = 9x^2 - 6x - 3 + k \text{ 가 완전제곱식이 되려면 } -3 + k = 1 \quad \therefore k = 4$$

55. [정답] 5개

$$[\text{해설}] \quad (x^2 - 7ax + b) + (ax + 2b) = x^2 - 6ax + 3b$$

$$\text{이 다항식이 완전제곱식이 되므로 } 3b = \left(\frac{-6a}{2}\right)^2$$

$$3b = 9a^2 \quad \therefore b = 3a^2$$

따라서 이를 만족하는 100이하의 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 3), (2, 12), (3, 27), (4, 48), (5, 75)$ 의 5개이다.

56. [정답] 2

$$[\text{해설}] \quad \sqrt{a^2 - 2a + 1} + \sqrt{a^2 + 2a + 1} = \sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(a+1)^2}$$

$$\text{이때 } 0 < a < 1 \text{ 이므로 } a-1 < 0, \quad a+1 > 0$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = -a + 1 + (a+1) = 2$$

57. [정답] $\frac{2}{a}$

$$[\text{해설}] \quad 0 < a < 1 \text{ 일 때, } a + \frac{1}{a} > 0, \quad a - \frac{1}{a} < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4}$$

$$= \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} = \left(-a + \frac{1}{a}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right) = \frac{2}{a}$$

58. [정답] 3

$$[\text{해설}] \quad \sqrt{x} = a + 2 \text{ 에서 } x = (a+2)^2 = a^2 + 4a + 4$$

$$\sqrt{x-2a-3} + \sqrt{x-8a}$$

$$= \sqrt{(a^2 + 4a + 4) - 2a - 3} + \sqrt{(a^2 + 4a + 4) - 8a}$$

$$= \sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 4a + 4} = \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-2)^2}$$

$$\text{이때 } -1 < a < 2 \text{ 이므로 } a+1 > 0, \quad a-2 < 0$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = a+1 + (-a+2) = 3$$

59. [정답] ⑤

$$[\text{해설}] \quad 4x^2 - 9y^2 = (2x)^2 - (3y)^2 = (2x+3y)(2x-3y)$$

60. [정답] ④

[해설] $x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x+2)(x-2)$

61. [정답] $2a-2$

[해설] $(a+5)(a-7)+11 = a^2 - 2a - 24 + 11 = a^2 - 2a - 13 = (a-6)(a+4)$
따라서 두 일차식의 합은 $(a-6)+(a+4) = 2a-2$

62. [정답] ⑤

[해설] $x^2 - 12x + 11 = x^2 + (a+b)x + ab$ 에서
 $a+b = -12$, $ab = 11$ 이므로
합이 -12 , 곱이 11 이 되는 두 정수를 찾으면 된다.

곱이 11인 두 정수	두 정수의 합
1, 11	12
-1, -11	-12

위의 표에서 구하는 두 정수는 -1 , -11 이므로
 $x^2 - 12x + 11 = (x-1)(x-11)$

63. [정답] -9

[해설] $x^2 + mx + 8 = (x+a)(x+b)$ 에서 $m = a+b$, $ab = 8$
 $ab = 8$ 을 만족하는 두 정수 a , b 의 순서쌍 (a, b) 는 (단, $a < b$ 라 하자.)
 $(1, 8)$, $(2, 4)$, $(-8, -1)$, $(-4, -2)$
이므로 $m = 9, 6, -9, -6$ 따라서 m 의 최솟값은 -9 이다.

64. [정답] ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

[해설] ㉠. $x^2 + 4x + 3 = (x+3)(x+1)$
㉡. $4x^2 + 13x + 3 = (x+3)(4x+1)$
㉢. $2x^2 - 5x - 3 = (x-3)(2x+1)$
㉣. $6x^2 + 14x - 12 = 2(x+3)(3x-2)$
㉣. $2x^2 + 5x - 3 = (x+3)(2x-1)$

65. [정답] $5x+2$

[해설] $6x^2 + x - 15 = (2x-3)(3x+5)$
이므로 두 일차식의 합은 $(2x-3)+(3x+5) = 5x+2$

66. [정답] -6

[해설] $(x+b)(3x+4) = 3x^2 + (4+3b)x + 4b$
이때 $3x^2 + (2a+1)x - 12$ 와 일치하므로 $4+3b = 2a+1$, $4b = -12$
 $\therefore b = -3$, $a = -3 \therefore a+b = -6$

67. [정답] ⑤

[해설] ⑤ $2x^2 - x + 6$ 은 인수분해되지 않는다.

68. [정답] ③

[해설] ① $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ 이므로 $\square = 2$
② $a^2 - 4 = (a+2)(a-2)$ 이므로 $\square = 2$
③ $2ab - 6a^2b = 2ab(1-3a)$ 이므로 $\square = 1$
④ $(y+7)(y-5) = y^2 + 2y - 35$ 이므로 $\square = 2$
⑤ $(2x-6)(x+4) = 2x^2 + 2x - 24$ 이므로 $\square = 2$

69. [정답] $2x+3$

[해설] $4x^2 - 9 = (2x+3)(2x-3)$,
 $2x^2 + 5x + 3 = (2x+3)(x+1)$ 이므로 공통인수는 $2x+3$ 이다.

70. [정답] ④

[해설] ① $x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x-1)(x+1)$
② $2x^2 + 4x + 2 = 2(x^2 + 2x + 1) = 2(x+1)^2$
③ $2x^2 + x - 1 = (2x-1)(x+1)$
④ $x^2 + 4x - 5 = (x-1)(x+5)$
⑤ $3x^2 + 5x + 2 = (3x+2)(x+1)$

71. [정답] -4

[해설] $x^2 - 3x + a = (x-4)(x-m)$ 이라 하면
 $-3 = -m-4$, $a = 4m \therefore m = -1$, $a = -4$

72. [정답] -3

[해설] $x^3y - xy = xy(x^2 - 1) = xy(x+1)(x-1)$
 $3x^2 + 6x + 3 = 3(x^2 + 2x + 1) = 3(x+1)^2$
이므로 두 다항식에 공통으로 들어있는 인수는 $x+1$ 이다.
즉 $x^2 - 2x + a = (x+1)(x+m)$ 이라 하면
 $-2 = 1+m$, $a = m \therefore m = -3$, $a = -3$

73. [정답] -6

[해설] $2x^2 + ax + b = (2x-1)(x+2)$ 이므로
 $2x^2 + ax + b = 2x^2 + 3x - 2$
따라서 $a = 3$, $b = -2$ 이므로 $ab = 3 \times (-2) = -6$

74. [정답] $(x+2)(x-8)$

[해설] 석준이는 $(x-2)(x-4) = x^2 - 6x + 8$ 에서 일차항의 계수를 바르게 보았으므로 일차항의 계수는 -6
신영이는 $(x-2)(x+8) = x^2 + 6x - 16$ 에서 상수항을 바르게 보았으므로 상수항은 $-16 \therefore x^2 - 6x - 16 = (x+2)(x-8)$

75. [정답] $(x+1)(3x+4)$

[해설] 학생 A는 $x(3x+7) = 3x^2 + 7x$ 에서 일차항의 계수를 바르게 보았으므로 일차항의 계수는 7 이다.
학생 B는 $(x+2)(3x+2) = 3x^2 + 8x + 4$ 에서 상수항을 바르게 보

앞으므로 상수항은 4이다. $\therefore 3x^2 + 7x + 4 = (x+1)(3x+4)$

76. [정답] $x+3$

[해설] 두 도형 (A), (B)의 넓이는 같으므로

$$(x+1)^2 - 2^2 = (x+1+2)(x+1-2) = (x+3)(x-1)$$

따라서 도형 (B)의 가로 길이는 $x+3$ 이다.

77. [정답] $4x+8$

[해설] $x^2 + 4x + 3 = (x+3)(x+1)$

이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$$2 \times \{(x+3) + (x+1)\} = 4x + 8$$

78. [정답] ⑤

[해설] ㉔의 넓이는 한 변의 길이가 a 인 정사각형에서 한 변의 길이가 b 인 정사각형을 잘라 내고 남은 넓이이므로 $a^2 - b^2$ 이다.

㉔의 넓이는 가로의 길이가 $a+b$, 세로의 길이가 $a-b$ 인 직사각형이므로 $(a+b)(a-b)$ 이다. $\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

79. [정답] $6x+2$

[해설] 사다리꼴의 높이를 h 라 하면 넓이가 $6x^2 + 20x + 6$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times \{(x+2) + (x+4)\} \times h = 6x^2 + 20x + 6$$

$$\frac{1}{2} (2x+6)h = 2(3x^2 + 10x + 3)$$

$$(x+3)h = 2(3x+1)(x+3) \quad \therefore h = 2(3x+1) = 6x+2$$

80. [정답] $b+2$

[해설] 직육면체의 높이를 h 라 하면 부피가 $2ab^2 + 6ab + 4a$ 이므로

$$2a(b+1)h = 2ab^2 + 6ab + 4a$$

$$2a(b+1)h = 2a(b^2 + 3b + 2)$$

$$2a(b+1)h = 2a(b+1)(b+2) \quad \therefore h = b+2$$

유형별 문제: 2-2-2.인수분해 공식의 활용

81. [정답] $x(x+1)$

[해설] $(x+1)^2 - (x+1) = (x+1)\{(x+1)-1\} = x(x+1)$

82. [정답] $(x-5)(x-3)$

[해설] $(x-5)^2 + 2x - 10 = (x-5)^2 + 2(x-5)$

$$= (x-5)\{(x-5)+2\} = (x-5)(x-3)$$

83. [정답] $x+y-3$

[해설] $x(y+1) - 2(y+1) - 2x + 4$

$$= (y+1)(x-2) - 2(x-2) = (x-2)(y-1)$$

따라서 두 일차식의 합은 $(x-2) + (y-1) = x+y-3$

84. [정답] ⑤

[해설] $x^2(x+7)^2 + 22x(x+7) + 120$ 에서 $x(x+7) = A$ 로 놓으면

$$A^2 + 22A + 120 = (A+12)(A+10)$$

$$= (x^2 + 7x + 12)(x^2 + 7x + 10) = (x+4)(x+3)(x+2)(x+5)$$

85. [정답] $(2x+3)(x-1)$

[해설] $2(x+1)^2 - 3(x+1) - 2$ 에서 $x+1$ 을 A 로 놓으면

$$2A^2 - 3A - 2 = (2A+1)(A-2)$$

$$= \{2(x+1)+1\}(x+1-2) = (2x+3)(x-1)$$

86. [정답] $2x-11$

[해설] $(x-2)^2 - 7(x-2) + 10 = (x-2-2)(x-2-5)$

$$= (x-4)(x-7)$$

이므로 두 일차식의 합은 $(x-4) + (x-7) = 2x-11$

87. [정답] 4

[해설] $(a-b)(a-b-4) + k = (a-b)^2 - 4(a-b) + k$

$$\text{이 식이 완전제곱식이 되려면 } k = \left(\frac{-4}{2}\right)^2 = 4$$

88. [정답] $10x-5$

[해설] $3(x+1)^2 + 5(x+1)(2x-3) + 2(2x-3)^2$ 에서 $x+1 = A$,

$2x-3 = B$ 로 놓으면

$$3A^2 + 5AB + 2B^2 = (3A+2B)(A+B)$$

$$= (3x+3+4x-6)(x+1+2x-3) = (7x-3)(3x-2)$$

따라서 두 일차식의 합은 $(7x-3) + (3x-2) = 10x-5$

89. [정답] 11

[해설] $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + k$

$$= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) + k = (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + k$$

이때 $x^2 + 5x = A$ 라 하면

$$(\text{주어진 식}) = (A+4)(A+6) + k$$

$$= A^2 + 10A + 24 + k = (A+5)^2 = (x^2 + 5x + 5)^2$$

따라서 $a=5$, $b=5$, $k=11$ 이므로 $a+b+k=11$

90. [정답] 25

[해설] $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4) + a$

$$= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) + a$$

이때 $x^2 + x = t$ 라 하면

$$(\text{주어진 식}) = (t-2)(t-12) + a = t^2 - 14t + 24 + a$$

이 식이 완전제곱식이 되려면

$$24 + a = \left(\frac{-14}{2}\right)^2$$

$$24 + a = 49 \quad \therefore a = 25$$

91. [정답] ⑤

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & -by^2 + ax^2 + bx^2 - ay^2 = ax^2 + bx^2 - ay^2 - by^2 \\ & = (a+b)x^2 - (a+b)y^2 = (a+b)(x^2 - y^2) \\ & = (a+b)(x+y)(x-y) \end{aligned}$$

92. [정답] 0

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & xy - 2x + 2y - 4 = x(y-2) + 2(y-2) = (x+2)(y-2) \\ \text{따라서} \quad & a = -2, b = 2 \text{이므로 } a+b = 0 \end{aligned}$$

93. [정답] $(z+x-y)(z-x+y)$

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & 2xy - x^2 + z^2 - y^2 = z^2 - (x^2 - 2xy + y^2) \\ & = z^2 - (x-y)^2 = (z+x-y)(z-x+y) \end{aligned}$$

94. [정답] ①, ④

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & a^2 - 4b^2 + 4b - 1 = a^2 - (4b^2 - 4b + 1) \\ & = a^2 - (2b-1)^2 = (a+2b-1)(a-2b+1) \end{aligned}$$

95. [정답] \subset, \supset

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & xy + 2x - y^2 - 4y - 4 = x(y+2) - (y^2 + 4y + 4) \\ & = x(y+2) - (y+2)^2 = (y+2)\{x - (y+2)\} = (y+2)(x-y-2) \end{aligned}$$

96. [정답] $2x+y-2$

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & x^2 - 2x + xy + y - 3 = (xy+y) + (x^2 - 2x - 3) \\ & = y(x+1) + (x-3)(x+1) = (x+1)(x+y-3) \\ \text{따라서 두 일차식의 합은} \quad & (x+1) + (x+y-3) = 2x+y-2 \end{aligned}$$

97. [정답] $\frac{21}{40}$

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{19^2}\right) \left(1 - \frac{1}{20^2}\right) \\ & = \frac{2^2-1}{2^2} \times \frac{3^2-1}{3^2} \times \dots \times \frac{19^2-1}{19^2} \times \frac{20^2-1}{20^2} \\ & = \frac{1 \times 3}{2^2} \times \frac{2 \times 4}{3^2} \times \dots \times \frac{18 \times 20}{19^2} \times \frac{19 \times 21}{20^2} = \frac{1}{2} \times \frac{21}{20} = \frac{21}{40} \end{aligned}$$

98. [정답] 2016

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & 2013 \times 2019 + 9 = 2013(2013+6) + 9 \\ & = 2013^2 + 6 \times 2013 + 3^2 = (2013+3)^2 = 2016^2 \end{aligned}$$

99. [정답] 9

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & A = \sqrt{73^2 + 4 \times 73 + 4} = \sqrt{73^2 + 2 \times 2 \times 73 + 2^2} \\ & = \sqrt{(73+2)^2} = \sqrt{75^2} = 75 \\ B = 5.3^2 - 4.7^2 & = (5.3+4.7)(5.3-4.7) = 10 \times 0.6 = 6 \\ \therefore \sqrt{A+B} & = \sqrt{75+6} = \sqrt{81} = 9 \end{aligned}$$

100. [정답] 32

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & 2^{16} - 1 = (2^8 + 1)(2^8 - 1) = (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1) \\ & = (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1) \\ & = (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2+1)(2-1) = 257 \times 17 \times 5 \times 3 \\ \text{따라서 } 2^{16} - 1 & \text{은 10과 20 사이에 있는 두 자연수 15와 17을 약} \\ & \text{수로 가지므로 이 두 자연수의 합은 } 15+17=32 \end{aligned}$$

101. [정답] 16

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & x = \frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} = -\sqrt{3}+2 \\ y & = \frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = -\sqrt{3}-2 \\ \therefore x^2 - 2xy + y^2 & = (x-y)^2 \\ & = \{(-\sqrt{3}+2) - (-\sqrt{3}-2)\}^2 = 4^2 = 16 \end{aligned}$$

102. [정답] 17

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & \frac{x^2 - 3xy + 2y^2}{x-y} = \frac{(x-y)(x-2y)}{x-y} = x-2y \\ & = 11 + 6\sqrt{2} - 2(3\sqrt{2}-3) = 11 + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 6 = 17 \end{aligned}$$

103. [정답] $4\sqrt{15}$

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & x = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \sqrt{5}+\sqrt{3} \\ y & = \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \sqrt{5}-\sqrt{3} \\ \therefore x^2 - y^2 & = (x+y)(x-y) = 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{15} \end{aligned}$$

104. [정답] $4\sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & \text{피타고라스의 정리에 의하여 색칠한 정사각형의 한 변의 길} \\ & \text{이는 } \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5} \\ \text{따라서 점 } A \text{에 대응하는 수는 } a & = -1 - \sqrt{5}, \text{ 점 } B \text{에 대응하는} \\ & \text{수는 } b = -1 + \sqrt{5} \text{이므로} \\ a^2 - b^2 & = (a+b)(a-b) = -2 \times (-2\sqrt{5}) = 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

105. [정답] 6

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & x^2 - y^2 - 5x + 5y = (x^2 - y^2) - 5(x-y) \\ & = (x+y)(x-y) - 5(x-y) = (x-y)(x+y-5) \\ & = -3(3-5) = -3 \times (-2) = 6 \end{aligned}$$

106. [정답] 81

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & ax - ay + bx - by = a(x-y) + b(x-y) \\ & = (a+b)(x-y) = 72 \\ \text{이때 } a+b & = 8 \text{이므로 } 8(x-y) = 72 \quad \therefore x-y = 9 \\ \therefore x^2 - 2xy + y^2 & = (x-y)^2 = 9^2 = 81 \end{aligned}$$

107. [정답] 11개

[해설] $(x+y)^2 - 4(x+y) - 77$ 에서 $x+y=A$ 로 놓으면

$$A^2 - 4A - 77 = (A-11)(A+7)$$

이 수가 소수가 되어야 하므로

$$A-11=1 \text{ 또는 } A+7=1 \therefore A=12 \text{ 또는 } A=-6$$

이때 x, y 는 자연수이므로 $A=x+y=12$

즉 $x+y=12$ 를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는

$(1, 11), (2, 10), (3, 9), (4, 8), (5, 7), (6, 6), (7, 5), (8, 4), (9, 3), (10, 2), (11, 1)$ 의 11개이다.

108. [정답] 3

[해설] 두 정사각형의 둘레의 합이 56이므로

$$4x+4y=56, 4(x+y)=56 \therefore x+y=14 \cdots \textcircled{1}$$

두 정사각형의 넓이의 차가 42이므로

$$x^2 - y^2 = 42, (x+y)(x-y) = 42 \cdots \textcircled{2}$$

ⓐ에 ①을 대입하면

$$14(x-y) = 42 \therefore x-y = 3$$

109. [정답] ③

$$\text{[해설]} \textcircled{1} \overline{AD} = \frac{a+b}{2}$$

$$\textcircled{2} \overline{DB} = a - \frac{a+b}{2} = \frac{a-b}{2}$$

$$\textcircled{3} \frac{S_1}{S_2} = \frac{(a+b)^2}{4} \times \frac{4}{(a-b)^2} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} S_1 - S_2 &= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \\ &= \left\{\left(\frac{a+b}{2}\right) + \left(\frac{a-b}{2}\right)\right\} \left\{\left(\frac{a+b}{2}\right) - \left(\frac{a-b}{2}\right)\right\} \\ &= ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} S_1 + S_2 &= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \\ &= \frac{a^2+2ab+b^2}{4} + \frac{a^2-2ab+b^2}{4} = \frac{2a^2+2b^2}{4} = \frac{a^2+b^2}{2} \end{aligned}$$

110. [정답] 7

[해설] 잔디밭의 반지름의 길이를 x 라 하면

산책로의 한 가운데를 지나는 원의 둘레의 길이가 45이므로

$$2\left(x + \frac{a}{2}\right)\pi = 45 \therefore (2x+a)\pi = 45 \cdots \textcircled{1}$$

산책로의 넓이가 315이므로

$$(x+a)^2\pi - x^2\pi = 315$$

$$\therefore \pi(2x+a)a = 315 \cdots \textcircled{2}$$

ⓐ에 ①을 대입하면

$$45a = 315 \therefore a = 7$$